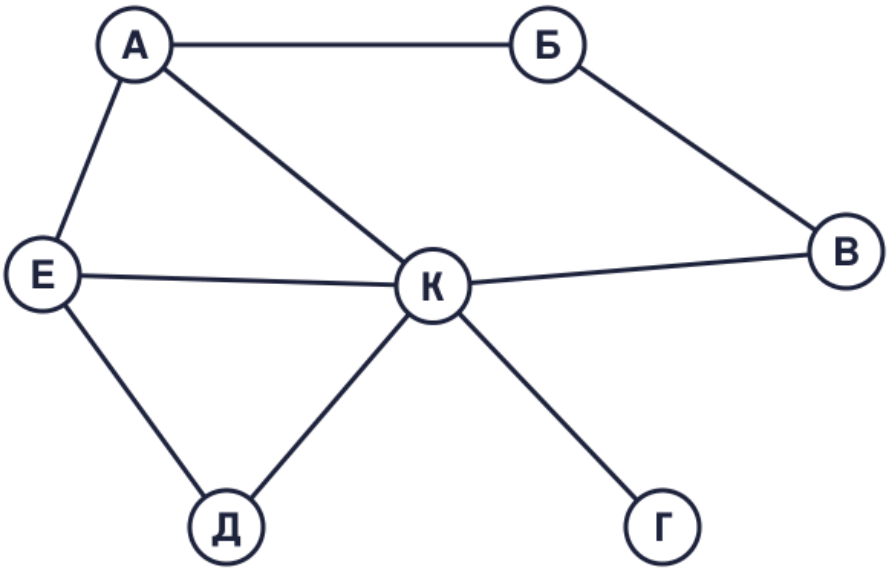
ЕГЭНИЙ · Информатика

Вариант 31 · Вариант с ответами и решениями

Задание 1

На рисунке схема дорог N-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о протяжённости каждой из этих дорог (в километрах).

Номер пункта	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1			16				
2			39				28
3	16	39			36	7	12
4					45	19	
5			36	45			25
6			7	19			
7		28	12		25		



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, на сколько километров длина дороги ДЕ отличается от длины дороги БВ.

В ответе запишите целое число.

Ответ 9

Посчитаем степени вершин (количество дорог из пункта). На графе: А — 3, Б — 2, В — 2, Г — 1, Д — 2, Е — 3, К — 5. В таблице: П1 — 1, П2 — 2, П3 — 5, П4 — 2, П5 — 3, П6 — 2, П7 — 3.

Сопоставляем вершины по степеням и по соседям: Б — вершина степени 2, степени её соседей: 2, 3; так устроен только П4; В — вершина степени 2, соединённая с Б; этому соответствует только П6; степень 1 на графе только у вершины Г, в таблице — только у пункта 1: Г = П1; Д — вершина степени 2, не соединённая с Б, В, Г; этому соответствует только П2; Е — вершина степени 3, соединённая с Д; этому соответствует только П7.

Дорога ДЕ — это П2–П7, её длина 28 км. Дорога БВ — это П4–П6, её длина 19 км.

Разность: |28 – 19| = **9**.

Задание 2

Миша заполнял таблицу истинности логической функции F

(y ≡ ¬z) ∧ (x → y) ∧ (w ∨ x),

но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z.

???	???	???	???	F
1		1		1
	0			1
0	1	1	1	1

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z.

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Например, если функция задана выражением ¬x ∨ y, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имеет вид

???	???	F
0	1	0

то первому столбцу соответствует переменная y, а второму — переменная x. В ответе следует написать: yx.

Ответ zxwy

Функция равна 1 только в 4 строках полной таблицы истинности из 16, поэтому фрагмент почти однозначно задаёт расстановку переменных. Переберём программой все способы заполнить пустые клетки и все перестановки переменных по столбцам: подходят только заполнения, при которых три строки различны, а функция во всех трёх строках равна 1.

Импликацию a → b в Python удобно записывать как `a <= b`, тождество — как `a == b`.

Программа на Python

```
from itertools import product, permutations

def F(x, y, z, w):
    return (y == (not z)) and (x <= y) and (w or x)

answers = set()
for a1, a2, a3, a4, a5 in product([0, 1], repeat=5):
    t = [(1, a1, 1, a2), (a3, 0, a4, a5), (0, 1, 1, 1)]
    if len(set(t)) == 3:              # строки фрагмента различны
        for p in permutations('xyzw'):
            if all(F(**dict(zip(p, r))) == 1 for r in t):
                answers.add(''.join(p))
print(*answers)
```

Программа выводит единственную перестановку: **zxwy**.

Задание 3

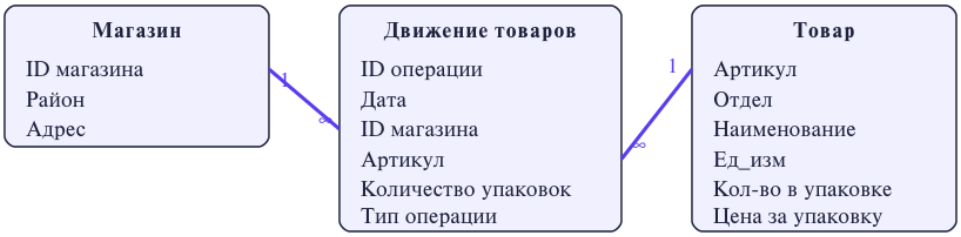
Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

В файле приведён фрагмент базы данных «Канцтовары» о поставках товаров в магазины районов города. База данных состоит из трёх таблиц.

Таблица «Движение товаров» содержит записи о поступлении товаров со склада в магазины в течение июня 2026 г., а также информацию о проданных товарах. Поле *Тип операции* содержит значение *Поступление* или *Продажа*, а в соответствующее поле *Количество упаковок, шт.* внесена информация о том, сколько упаковок товара поступило в магазин или было продано в течение дня.

Таблица «Товар» содержит информацию об основных характеристиках каждого товара: артикул, отдел, наименование, единицу измерения, количество в упаковке и цену за упаковку. Таблица «Магазин» содержит информацию о местонахождении магазинов: ID магазина, район, адрес.

На рисунке приведена схема указанной базы данных.



Используя информацию из приведённой базы данных, определите общую выручку (в рублях) от продажи всех видов тетрадей в магазинах Октябрьского района за период с 5 по 21 июня включительно. В ответе запишите только число.

Файл к заданию: 3.xlsx (108 КБ)

Ответ 141720

В электронной таблице. На листе «Движение товаров» добавьте столбцы: район магазина `=ВПР(C2;$Магазин.$A$2:$B$30;2;0)`, наименование `=ВПР(D2;$Товар.$A$2:$F$100;3;0)` и цену за упаковку (столбец 6 листа «Товар»).

Включите автофильтр и оставьте: тип операции — Продажа, даты с 05.06.2026 по 21.06.2026, район — Октябрьский, наименование начинается со слова «Тетрадь». Выручка строки = количество упаковок · цена за упаковку; цена указана за упаковку, поэтому количество товара в упаковке не нужно. Сумму видимых строк даст `=ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ.ИТОГИ(9;…)`.

Программой. Сохраните каждый лист как CSV с разделителем «;» (Файл → Сохранить как → Текст CSV) и выполните программу.

Программа на Python

```
import csv

def read(name):
    with open(name, encoding='utf-8') as f:
        return list(csv.reader(f, delimiter=';'))[1:]

goods = {r[0]: r for r in read('товар.csv')}      # артикул -> строка
shops = {r[0]: r[1] for r in read('магазин.csv')}  # магазин -> район
total = 0
for oid, date, shop, art, cnt, typ in read('движение.csv'):
    day = int(date[:2])
    g = goods[art]
    if typ == 'Продажа' and 5 <= day <= 21 and shops[shop] == 'Октябрьский' and g[2].startswith('Тетрадь'):
        total += int(cnt) * int(g[5])      # упаковки * цена за упаковку
print(total)
```

Ответ: **141720**.

Задание 4

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только буквы из набора: К, Л, О, П, Т. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Кодовые слова для некоторых букв известны: К – 011, Л – 1. Для трёх оставшихся букв О, П и Т кодовые слова неизвестны.

Какое наименьшее количество двоичных знаков потребуется для кодирования слова ПОТОЛОК, если известно, что оно закодировано минимально возможным количеством двоичных знаков?

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Ответ 18

Нарисуем двоичное дерево известных кодов. Свободные вершины, с которых может начинаться новый код: 00, 010. Чем чаще буква встречается в слове, тем короче должен быть её код.

Количество букв в слове: К — 1, Л — 1, О — 3, П — 1, Т — 1. Оптимально, например: О – 00, П – 0100, Т – 0101.

Длина кода слова: 3·1 + 1·1 + 2·3 + 4·1 + 4·1 = **18**.

Проверим перебором всех кодов длиной до 5 для неизвестных букв:

Программа на Python

```
from itertools import product

known = {'К': '011', 'Л': '1'}
word = 'ПОТОЛОК'
words = [''.join(t) for n in range(1, 6) for t in product('01', repeat=n)]

def fano(codes):
    return all(not b.startswith(a) for a in codes for b in codes if a != b)

best = 10 ** 9
for combo in product(words, repeat=3):
    codes = dict(known)
    codes.update(zip(['О', 'П', 'Т'], combo))
    if len(set(codes.values())) == len(codes) and fano(codes.values()):
        best = min(best, sum(len(codes[c]) for c in word))
print(best)
```

Ответ: **18**.

Задание 5

На вход алгоритма подаётся натуральное число N (N ≥ 4). Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа N.

2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
а) если число N делится на 3, то к этой записи справа дописываются три её последние цифры;
б) если число N на 3 не делится, то остаток от деления на 3 умножается на 3, переводится в двоичную запись и дописывается в конец записи числа N.

Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа R.

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Например, для исходного числа $8_{10} = 1000_2$ результатом является число $1000110_2 = 70_{10}$, а для исходного числа $12_{10} = 1100_2$ результатом является число $1100100_2 = 100_{10}$.

Укажите минимальное число R, большее 358, которое может быть получено с помощью описанного алгоритма. В ответе запишите это число в десятичной системе счисления.

Ответ 365

Результат работы алгоритма растёт вместе с N не строго монотонно (для разных N работают разные правила), поэтому надёжнее перебрать N программой. В записи R на несколько разрядов больше, чем в записи N, так что R больше N и перебора до 1000 с запасом достаточно.

Программа на Python

```
def R(n):
    b = bin(n)[2:]
    if n % 3 == 0:
        b = b + b[-3:]
    else:
        b = b + bin(n % 3 * 3)[2:]
    return int(b, 2)

print(min(R(n) for n in range(4, 1000) if R(n) > 358))
```

Ответ: **365**.

Задание 6

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: Поднять хвост, означающая переход к перемещению без рисования; Опустить хвост, означающая переход в режим рисования; Вперёд n (где n – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова; Назад n (где n – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлении; Направо m (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов по часовой стрелке; Налево m (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки.

Запись Повтори k [Команда1 Команда2 … КомандаS] означает, что последовательность из S команд повторится k раз.

Черепахе был дан для исполнения следующий алгоритм.

Повтори 2 [Вперёд 29 Направо 90 Вперёд 20 Направо 90]
Поднять хвост
Назад 2 Налево 90 Вперёд 10 Направо 90
Опустить хвост
Повтори 4 [Вперёд 30 Направо 90 Вперёд 24 Направо 90]

Определите, сколько точек с целочисленными координатами находятся внутри области пересечения фигур, ограниченных заданными алгоритмом линиями, включая точки на границах этого пересечения.

Ответ 435

Первый цикл рисует прямоугольник: Черепаха идёт вверх на 29, поворачивает направо и идёт на 20. Получается прямоугольник $0 \le x \le 20$, $0 \le y \le 29$.

Перемещение без рисования приводит Черепаху в точку (-10; -2), голова снова смотрит вверх.

Второй цикл: вверх на 30, затем вправо на 24. Второй прямоугольник: $-10 \le x \le 14$, $-2 \le y \le 28$.

Пересечение: $0 \le x \le 14$, $0 \le y \le 28$. Целых точек: $(14 - (0) + 1) \cdot (28 - (0) + 1) = 15 \cdot 29 =$ **435**.

Проверка программой

```
A = (0, 20, 0, 29)      # x1, x2, y1, y2
B = (-10, 14, -2, 28)
inside = lambda r, x, y: r[0] <= x <= r[1] and r[2] <= y <= r[3]
print(sum(1 for x in range(-100, 101) for y in range(-100, 101) if inside(A, x, y) and inside(B, x, y)))
```

Задание 7

Голосовое сообщение оцифровывается в формате стерео с частотой дискретизации 48 000 Гц и глубиной кодирования 32 бит. Определите наименьшее количество Кбайт, необходимое для сохранения сообщения в памяти (без учёта заголовка), если его длительность — 4 мин 49 с. В ответе укажите только число.

Ответ 108375

Длительность: 4 · 60 + 49 = 289 с. Объём: 2 · 48 000 · 4 байта · 289 = 110 976 000 байт.

В Кбайтах: 110 976 000 / 1024 ≈ 108375,00: **108375**.

Задание 8

Определите количество пятизначных чисел, записанных в пятеричной системе счисления, в записи которых цифра 1 встречается ровно один раз, а никакие две нечётные цифры не стоят рядом.

Ответ 594

Переберём все строки из 5 цифр пятеричной системы (0–4), отбросим начинающиеся с нуля и проверим условие. Всего строк $5^5 = 3125$ — перебор мгновенный.

Программа на Python

```
from itertools import product

c = 0
for t in product('01234', repeat=5):
    if t[0] != '0' and t.count('1') == 1 and not any(int(a) % 2 == 1 and int(b) % 2 == 1 for a, b in zip(t,
        c += 1
print(c)
```

Ответ: **594**.

Задание 9

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Откройте файл электронной таблицы, содержащей в каждой строке шесть натуральных чисел. Определите количество строк таблицы, для которых выполнены оба условия:

– в строке только одно число повторяется ровно два раза, остальные четыре числа различны;
– среднее арифметическое неповторяющихся чисел строки не больше повторяющегося числа.

В ответе запишите только число.

Файл к заданию: 9.xlsx (181 КБ)

Ответ 1282

В электронной таблице. Справа от данных посчитайте для каждой ячейки, сколько раз число встречается в строке: в G1 `=СЧЁТЕСЛИ($A1:$F1;A1)`, протяните на G1:L1 и вниз. Первое условие: `=И(СЧЁТЕСЛИ(G1:L1;2)=2;СЧЁТЕСЛИ(G1:L1;1)=4)`. Повторяющееся число — `=СУММЕСЛИ(G1:L1;2;A1:F1)/2`, сумма неповторяющихся — `=СУММЕСЛИ(G1:L1;1;A1:F1)`, наибольшее из неповторяющихся — `=МАКСЕСЛИ(A1:F1;G1:L1;1)`. Итог по строке — 1, если выполнены оба условия, ответ — сумма этого столбца.

Программой. Сохраните лист как CSV с разделителем «;».

Программа на Python

```
c = 0
for line in open('9.csv'):
    a = [int(x) for x in line.split(';')]
    rep = [x for x in a if a.count(x) == 2]          # оба вхождения повторяющегося числа
    uniq = [x for x in a if a.count(x) == 1]
    if len(rep) == 2 and len(uniq) == 4:
        if sum(uniq) / 4 <= rep[0]:
            c += 1
print(c)
```

Ответ: **1282**.

Задание 10

Файл 10-3.odt содержит тексты рассказов А. П. Чехова «Дама с собачкой» и «Ионыч». Определите, сколько раз в тексте рассказа «Ионыч» (от заголовка «ИОНЫЧ» до конца файла) встречается слово «Старцев» (именно в этой форме, с учётом регистра) как отдельное слово. Слова, записанные через дефис (например, «что-то»), считаются состоящими из отдельных слов. В ответе запишите только число.

Текст для проверки программой: TXT.

Ответ 34

Откройте ODT в текстовом редакторе. Используйте поиск целых слов, учитывая регистр и указанный в условии фрагмент.

```
import re
L = 'A-Za-zA-Яа-яЁё0-9'           # символы, из которых состоят слова
def word(t, w, flags=0):          # вхождения w как отдельного слова
    return len(re.findall(rf'(?<![{L}]){w}(?![{L}])', t, flags))

t = open('10-3.txt', encoding='utf-8').read()
t = t[t.index('ИОНЫЧ'):]
print(word(t, 'Старцев'))
```

Задание 11

При регистрации в компьютерной системе каждому объекту сопоставляется идентификатор из 27 символов, для записи которого используется алфавит мощностью 230. В базе данных для хранения каждого идентификатора отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит.

Кроме идентификатора, для каждого объекта в базе хранятся дополнительные сведения, для которых отведено одинаковое для всех объектов целое число байт. Для хранения сведений о 200 объектах потребовалось 8000 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном объекте? В ответе запишите только целое число.

Ответ 13

Символов 230: $2^7 < 230 \le 2^8$ — по 8 бит на символ. Идентификатор: $27 \cdot 8 = 216$ бит → 27 байт (округляем вверх).

На один объект: 8000 / 200 = 40 байт. Дополнительные сведения: 40 – 27 = **13**.

Задание 12

Исполнитель МТ представляет собой читающую и записывающую головку, которая может передвигаться вдоль бесконечной горизонтальной ленты, разделённой на равные ячейки. В каждой ячейке находится ровно один символ из алфавита исполнителя, включая специальный пустой символ λ.

Время работы исполнителя делится на такты. На каждом такте головка находится в одном из допустимых состояний q0, q1, …; в начальный момент — в состоянии q0. За один такт головка может изменить символ в текущей ячейке, сдвинуться в соседнюю ячейку слева или справа и перейти в новое состояние (или остаться в прежнем).

Программа задаётся таблицей: в первой строке перечислены символы, в первом столбце — состояния. На пересечении стоит команда из трёх элементов через запятую: записываемый символ; L, R или S — сдвиг влево, сдвиг вправо или остановка после выполнения команды; новое состояние. Например, команда 0, L, q3: записать в текущую ячейку «0», сдвинуться влево и перейти в состояние q3. Пустая клетка означает, что такая пара «символ – состояние» невозможна.

Выполните задание. На ленте в соседних ячейках записано двоичное представление числа 1150 без ведущих нулей. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей справа к последовательности ячейке.

Программа работы исполнителя:

	λ	**0**	**1**
q0	λ, L, q1		
q1	1, S, q1	1, S, q1	0, L, q1

Определите результат выполнения программы. В ответе запишите получившееся на ленте двоичное число в десятичной системе счисления.

Ответ 1151

1150 = 10001111110_2.

q0 сдвигает головку на последнюю цифру. q1 прибавляет единицу: единицы заменяет нулями и идёт влево (перенос), на первом нуле или пустой ячейке пишет 1 и останавливается. Программа прибавляет к числу 1.

Проверим, проследив такты программой.

Программа на Python

```
prog = {
    'q0': {'λ': ('λ', 'L', 'q1')},
    'q1': {'λ': ('1', 'S', 'q1'), '0': ('1', 'S', 'q1'), '1': ('0', 'L', 'q1')},
}
tape = dict(enumerate('10001111110'))
pos, state = 11, 'q0'
while True:
    w, move, state2 = prog[state][tape.get(pos, 'λ')]
    tape[pos] = w
    state = state2
    if move == 'S':
        break
    pos += 1 if move == 'R' else -1
res = ''.join(tape[i] for i in sorted(tape)).strip('λ')
print(res, int(res, 2))
```

На ленте остаётся 10001111111_2 = **1151**.

Задание 13

В терминологии сетей TCP/IP маской сети называют двоичное число, которое показывает, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая — к адресу узла в этой сети. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному адресу узла и его маске.

Даны адрес узла 10.178.199.159 и маска 255.255.248.0. Найдите адрес сети.

В ответе укажите сумму числовых значений октетов найденного IP-адреса. Например, если бы найденный адрес был равен 100.20.3.4, то в ответе следовало бы записать: 127.

Ответ 380

Октеты маски, равные 255, переносят соответствующие октеты адреса без изменений, октеты, равные 0, дают 0. Считать нужно только октет, где маска равна 248.

199 = 11000111_2, 248 = 11111000_2. Поразрядная конъюнкция: 11000000_2 = 192.

Адрес сети: 10.178.192.0. Сумма октетов: 10 + 178 + 192 + 0 = **380**.

Проверка программой

```
a = [10, 178, 199, 159]
m = [255, 255, 248, 0]
net = [x & y for x, y in zip(a, m)]
print(net, sum(net))
```

Задание 14

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 23:

$$\mathbf{IKxx_{23} + IxM_{23} + FCxx_{23}}$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 23-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 11. Для найденного x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 11 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Ответ 38914

Перебираем цифру x по алфавиту 23-ричной системы от 0 до M. Функция int(строка, 23) переводит запись в десятичное число; цифры больше 9 обозначаются латинскими буквами.

Программа на Python

```
alph = '0123456789ABCDEFGHIJKLM'          # цифры 23-ричной системы
```

```
for x in alph:
    s = int('IK' + x + x, 23) + int('I' + x + 'M', 23) + int('FC' + x + x, 23)
    if s % 11 == 0:
        print(x, s // 11)
        break
```

Наименьшее подходящее x = 1, частное — **38914**.

Задание 15

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m»; пусть на числовой прямой дан отрезок B = [606; 1475].

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение

(x ∈ B) → (ДЕЛ(x, A) ∨ ¬ДЕЛ(x, 11) ∨ ¬ДЕЛ(x, 27))

истинно (то есть принимает значение 1) при любом целом положительном значении переменной x?

Ответ 297

Выражение может стать ложным только при x ∈ [606; 1475], делящемся и на 11, и на 27, то есть на НОК(11, 27) = 297. Для всех таких x должно выполняться ДЕЛ(x, A).

Кратные 297 на отрезке: 891, 1188. A должно делить оба числа, наибольшее такое A — НОД = **297**.

Проверка программой

```
def F(x, A):
    return (not (606 <= x <= 1475)) or x % A == 0 or x % 11 != 0 or x % 27 != 0

for A in range(3000, 0, -1):
    if all(F(x, A) for x in range(1, 4000)):
        print(A)
        break
```

Задание 16

Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

F(n) = n при n ≥ 2025;
F(n) = n + F(n + 2), если n < 2025.

Чему равно значение выражения F(2010) – F(2020)?

Ответ 10070

F(2010) = 2010 + F(2012) = 2010 + 2012 + F(2014) = … Раскрывая определение 5 раз, получаем F(2010) = 2010 + 2012 + 2014 + 2016 + 2018 + F(2020).

Поэтому F(2010) – F(2020) = 2010 + 2012 + 2014 + 2016 + 2018 = **10070**. Глубина рекурсии здесь небольшая, программа считает напрямую.

Проверка программой

```
def F(n):
    if n >= 2025:
        return n
    return n + F(n + 2)

print(F(2010) - F(2020))
```

Задание 17

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

В файле содержится последовательность натуральных чисел. Её элементы могут принимать целые значения от 1 до 100 000 включительно. Определите количество пар последовательности, в которых ровно один из двух элементов является пятизначным числом, а сумма элементов пары не меньше максимального элемента последовательности, запись которого оканчивается на 55.

В ответе запишите количество найденных пар, затем максимальную из сумм элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

Файл к заданию: 17.txt (46 КБ)

Ответ 352 109632

Сначала находим максимальный элемент, оканчивающийся на 55: 98355. Число 100 000 шестизначное, поэтому пятизначность проверяем двойным неравенством. Условие «ровно один из двух» удобно записать как сумму логических значений, равную 1.

Программа на Python

```
a = [int(x) for x in open('17.txt')]
m = max(x for x in a if x % 100 == 55)

def five(x):
    return 10000 <= x <= 99999

c, best = 0, 0
for i in range(len(a) - 1):
    x, y = a[i], a[i + 1]
    if five(x) + five(y) == 1 and x + y >= m:
        c += 1
        best = max(best, x + y)
print(c, best)
```

Ответ: 352 109632.

Задание 18

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Квадрат разлинован на N × N клеток (1 < N < 30). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вниз. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вниз — в соседнюю нижнюю. Квадрат ограничен внешними стенами. Между соседними клетками квадрата также могут быть внутренние стены. Сквозь стену Робот пройти не может.

Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клеткам маршрута Робота.

В «угловых» клетках поля — тех, которые справа и снизу ограничены стенами, Робот не может продолжать движение, поэтому накопленная сумма считается итоговой. Таких конечных клеток на поле может быть несколько, включая правую нижнюю клетку поля. При разных запусках итоговые накопленные суммы могут различаться.

Определите максимальную и минимальную денежные суммы среди всех возможных итоговых сумм, которые может собрать Робот, пройдя из левой верхней клетки в конечную клетку маршрута. В ответе укажите два числа — сначала максимальную сумму, затем минимальную.

Исходные данные представляют собой электронную таблицу размером N × N (в файле N = 20), каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата. Внутренние и внешние стены обозначены утолщёнными линиями.

Файл к заданию: 18.xlsx (7 КБ)

Ответ 2650 863

В электронной таблице. Рядом с полем (например, начиная со столбца W) постройте таблицу того же размера, где в каждой клетке — максимальная сумма, с которой Робот может в неё прийти. В левой верхней клетке — значение монеты, в первой строке `=X1+B1`, в первом столбце `=W1+A2`, в остальных клетках `=МАКС(W2;X1)+B2`. Затем исправьте формулы у клеток рядом со стенами: если слева стена, берите только клетку сверху, если сверху — только слева. Формулы удобнее всего протянуть по всему полю и поправить вручную клетки у стен — их немного. Так же постройте таблицу минимумов с функцией МИН.

Конечные клетки — те, у которых стены и справа, и снизу. В этом поле их 5: O6, P14, T19, A20, T20. Ответ — максимум из таблицы максимумов и минимум из таблицы минимумов по всем этим клеткам. Частая ошибка — взять только правую нижнюю клетку.

Ответ: 2650 863.

Проверка дома программой (нужна библиотека openpyxl, на экзамене её нет)

```
import openpyxl

ws = openpyxl.load_workbook('18.xlsx').active
n = ws.max_row
a = [[ws.cell(i + 1, j + 1).value for j in range(n)] for i in range(n)]

def thick(side):
```

```
    return side is not None and side.style in ('thick', 'medium')

def wall_right(i, j):
    return j == n - 1 or thick(ws.cell(i + 1, j + 1).border.right) or thick(ws.cell(i + 1, j + 2).border.le

def wall_down(i, j):
    return i == n - 1 or thick(ws.cell(i + 1, j + 1).border.bottom) or thick(ws.cell(i + 2, j + 1).border.t

mx = [[None] * n for _ in range(n)]
mn = [[None] * n for _ in range(n)]
mx[0][0] = mn[0][0] = a[0][0]
for i in range(n):
    for j in range(n):
        if i == j == 0:
            continue
        came = []
        if j > 0 and not wall_right(i, j - 1) and mx[i][j - 1] is not None:
            came.append((mx[i][j - 1], mn[i][j - 1]))
        if i > 0 and not wall_down(i - 1, j) and mx[i - 1][j] is not None:
            came.append((mx[i - 1][j], mn[i - 1][j]))
        if came:
            mx[i][j] = max(c[0] for c in came) + a[i][j]
            mn[i][j] = min(c[1] for c in came) + a[i][j]
ends = [(i, j) for i in range(n) for j in range(n)
        if wall_right(i, j) and wall_down(i, j) and mx[i][j] is not None]
print(max(mx[i][j] for i, j in ends), min(mn[i][j] for i, j in ends))
```

Задание 19

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может:

– добавить в кучу два камня;
– добавить в кучу три камня;
– увеличить количество камней в куче в три раза.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 12, 13 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 116. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 116 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней; $1 \le S \le 115$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите минимальное значение S, при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Ответ 37

Выиграть одним ходом можно из позиций, где хотя бы один ход даёт 116 или больше камней. Нужна позиция, из которой сам Петя так выиграть не может, а любой его ход ведёт в такую позицию.

Перебор программой (функция game возвращает, кто и каким по счёту ходом выигрывает) даёт S = **37**.

Программа для заданий 19–21

```
from functools import lru_cache

def moves(h):
    return [h + 2, h + 3, h * 3]

@lru_cache(None)
def game(h):
    # >0: игрок, который ходит, выигрывает этим по счёту своим ходом
    # <0: игрок, который ходит, проигрывает; соперник выигрывает этим по счёту ходом
    #  0: игра уже окончена (выиграл предыдущий игрок)
    if h >= 116:
        return 0
    res = [game(m) for m in moves(h)]
    lose = [r for r in res if r <= 0]
    if lose:
        return 1 + min(-r for r in lose)
    return -max(res)

print(min(s for s in range(1, 116) if game(s) == -1))
```

Задание 20

Для игры, описанной в задании 19, найдите два наименьших значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;
– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Ответ 34 35

Нужны S, для которых game возвращает 2: Петя выигрывает своим вторым ходом и не может выиграть первым.

Все такие S: 34, 35, 36. Два наименьших: 34 и 35.

Программа на Python

```
from functools import lru_cache

def moves(h):
    return [h + 2, h + 3, h * 3]

@lru_cache(None)
def game(h):
    # >0: игрок, который ходит, выигрывает этим по счёту своим ходом
    # <0: игрок, который ходит, проигрывает; соперник выигрывает этим по счёту ходом
    #  0: игра уже окончена (выиграл предыдущий игрок)
    if h >= 116:
        return 0
    res = [game(m) for m in moves(h)]
    lose = [r for r in res if r <= 0]
    if lose:
        return 1 + min(-r for r in lose)
    return -max(res)

print(*[s for s in range(1, 116) if game(s) == 2][:2])
```

Задание 21

Для игры, описанной в задании 19, найдите наименьшее значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ 32

Нужны S, для которых game возвращает –2: Петя проигрывает, а Ваня при лучшей игре Пети выигрывает своим вторым ходом. Наименьшее такое S — **32**.

Программа на Python

```
from functools import lru_cache

def moves(h):
    return [h + 2, h + 3, h * 3]

@lru_cache(None)
def game(h):
    # >0: игрок, который ходит, выигрывает этим по счёту своим ходом
    # <0: игрок, который ходит, проигрывает; соперник выигрывает этим по счёту ходом
    #  0: игра уже окончена (выиграл предыдущий игрок)
    if h >= 116:
        return 0
    res = [game(m) for m in moves(h)]
    lose = [r for r in res if r <= 0]
    if lose:
        return 1 + min(-r for r in lose)
    return -max(res)

print(min(s for s in range(1, 116) if game(s) == -2))
```

Задание 22

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

В файле содержится информация о совокупности N вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Приостановка выполнения процесса не допускается. Будем говорить, что процесс B зависит от процесса A, если для выполнения процесса B необходимы результаты выполнения процесса A. В этом случае процессы A и B могут выполняться только последовательно.

Информация о процессах представлена в файле в виде таблицы. В первом столбце таблицы указан идентификатор процесса (ID), во втором столбце таблицы — время его выполнения в миллисекундах, в третьем столбце перечислены с разделителем «;» ID процессов, от которых зависит данный процесс. Если процесс независимый, то в таблице указано значение 0.

Определите минимальное время (в мс), через которое завершится выполнение всей совокупности процессов, при условии, что все независимые друг от друга процессы могут выполняться параллельно.

Типовой пример организации данных в файле:

ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса(-ов) A
1	3	0
2	4	1
3	2	2;4
4	5	0
5	8	1;4
6	3	1

В этом примере процессы завершатся через 13 мс: процесс 4 закончится к 5-й мс, процесс 5 начнётся после него и займёт ещё 8 мс.

Типовой пример имеет иллюстративный характер. Для выполнения задания используйте данные из прилагаемого файла.

Файл к заданию: 22.xlsx (6 КБ)

Ответ 34

Каждый процесс начинается, как только закончатся все процессы, от которых он зависит: окончание = max(окончаний зависимостей) + время процесса. Ответ — наибольшее время окончания.

В электронной таблице в столбце D считают время окончания: для независимых `=B2`, для зависимых — `=МАКС(D…;D…)+B…` со ссылками на строки процессов из столбца C.

Программой. Сохраните лист как CSV с разделителем «;».

Программа на Python

```
import csv

rows = list(csv.reader(open('22.csv', encoding='utf-8'), delimiter=';'))[1:]
time, deps = {}, {}
for pid, t, d in rows:
    time[int(pid)] = int(t)
    deps[int(pid)] = [] if d == '0' else [int(x) for x in d.split(';')]

finish = {}
def fin(p):                     # момент окончания процесса p
    if p not in finish:
        finish[p] = max([fin(q) for q in deps[p]], default=0) + time[p]
    return finish[p]

print(max(fin(p) for p in time))
```

Ответ: **34**.

Задание 23

Исполнитель преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которые обозначены латинскими буквами:

A. Прибавить 1
B. Поменять местами
C. Прибавить 12

Первая команда увеличивает число на экране на 1, третья — на 12. Вторая команда применяется только к числу, у которого цифра в разряде десятков по значению меньше цифры, стоящей в разряде единиц, и заменяет число на экране числом, в котором цифры двух младших разрядов поменялись местами (например, 125 → 152).

Программа для исполнителя — это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 28 результатом является число 83?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы ABC при исходном числе 13 траектория состоит из чисел 14, 41, 53.

Ответ 3829

Перестановка двух младших цифр при $t < u$ увеличивает число на $9\cdot(u - t)$, поэтому все команды увеличивают число и рекурсия конечна: как только число превысило цель, путь обрывается.

Вторая команда меняет число так: $x - 10\cdot t - u + 10\cdot u + t$, где t и u — цифры десятков и единиц.

Программа на Python

```
def f(x, y):
    if x > y:
        return 0
    if x == y:
        return 1
    res = f(x + 1, y) + f(x + 12, y)
    t, u = x // 10 % 10, x % 10        # цифры десятков и единиц
    if t < u:
        res += f(x - 10 * t - u + 10 * u + t, y)
    return res

print(f(28, 83))
```

Ответ: **3829**.

Задание 24

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Текстовый файл состоит из заглавных букв латинского алфавита. Определите максимальное количество идущих подряд символов, среди которых никакие две соседние буквы не совпадают, а буква X встречается не более одного раза.

В ответе укажите количество символов.

Файл к заданию: 24.txt (244 КБ)

Ответ 204

Метод двух указателей: правая граница идёт по строке, левая сдвигается, когда окно перестаёт удовлетворять условию. Если две соседние буквы совпали, ни одно окно не может их содержать — начинаем окно с текущей буквы. Если букв X стало больше 1, сдвигаем левую границу, пока одна из них не выйдет из окна.

Программа на Python

```
s = open('24.txt').read().strip()
best = 0
left = 0          # начало текущего окна
k = 0             # сколько букв X в окне
for r in range(len(s)):
    if r > 0 and s[r] == s[r - 1]:
        left, k = r, 0               # две одинаковые соседние: окно начинаем заново
    if s[r] == 'X':
        k += 1
    while k > 1:                     # лишняя X — сдвигаем левую границу
        if s[left] == 'X':
            k -= 1
        left += 1
    best = max(best, r - left + 1)
print(best)
```

Ответ: **204**.

Задание 25

Пусть M — сумма минимального и максимального натуральных делителей целого числа, не считая единицы и самого числа. Если таких делителей у числа нет, то считается, что значение M равно нулю.

Напишите программу, которая перебирает целые числа, бóльшие 552 363, в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых M оканчивается на 6. В ответе запишите в первом столбце таблицы первые пять найденных чисел в порядке возрастания, а во втором столбце — соответствующие им значения M.

Например, для числа 20 M = 2 + 10 = 12.

Количество строк в таблице для ответа избыточно.

Ответ 552368 276186
552369 184126
552373 14966
552388 276196
552399 184136

Наименьший делитель числа (кроме 1) — первый делитель d при переборе от 2, а наибольший (кроме самого числа) — n // d. Перебор достаточно вести до √n: если делителя до корня нет, число простое и M = 0.

Программа на Python

```
def M(n):
    for d in range(2, int(n ** 0.5) + 1):
        if n % d == 0:
            return d + n // d     # наименьший делитель d, наибольший — n // d
    return 0                      # простое число

found = 0
n = 552364
while found < 5:
    m = M(n)
    if m % 10 == 6 and m != 0:
        print(n, m)
        found += 1
    n += 1
```

Ответ:
552368 276186
552369 184126
552373 14966
552388 276196
552399 184136

Задание 26

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Системный администратор раз в неделю создаёт архив пользовательских файлов. Однако объём диска, куда он помещает архив, может быть меньше, чем суммарный объём архивируемых файлов. Известно, какой объём занимает файл каждого пользователя.

По заданной информации об объёме файлов пользователей и свободном объёме на архивном диске определите максимальное число пользователей, чьи файлы можно сохранить в архиве, а также максимальный размер имеющегося файла, который может быть сохранён в архиве, при условии, что сохранены файлы максимально возможного числа пользователей.

Входные данные. В первой строке входного файла находятся два числа: S — размер свободного места на диске (натуральное число, не превышающее 100 000 000) и N — количество пользователей (натуральное число, не превышающее 10 000). В следующих N строках находятся значения объёмов файлов каждого пользователя (все числа натуральные, не превышающие 10 000), каждое в отдельной строке.

Выходные данные. Запишите в ответе два числа: сначала наибольшее число пользователей, чьи файлы могут быть помещены в архив, затем максимальный размер имеющегося файла, который может быть сохранён в архиве, при условии, что сохранены файлы максимально возможного числа пользователей.

Типовой пример организации данных во входном файле:

```
100 4
80
30
50
40
```

При таких исходных данных можно сохранить файлы максимум двух пользователей. Возможные объёмы этих двух файлов 30 и 40, 30 и 50 или 40 и 50. Наибольший объём файла из перечисленных пар — 50,

поэтому ответ для приведённого примера: 2 50.

Файл к заданию: 26.txt (42 КБ)

Ответ 2588 3536

Чтобы сохранить как можно больше файлов, берём самые маленькие: сортируем и набираем, пока помещаются. Так получаем наибольшее количество k.

Чтобы в архиве оказался как можно больший файл, оставляем k – 1 самых маленьких, а вместо k-го берём наибольший файл, который помещается в оставшееся место.

Программа на Python

```
f = open('26.txt')
s, n = map(int, f.readline().split())
a = sorted(int(f.readline()) for _ in range(n))

total, k = 0, 0
while k < n and total + a[k] <= s:      # берём самые маленькие файлы
    total += a[k]
    k += 1

# заменяем самый большой из взятых файлов на наибольший, который ещё помещается
free = s - (total - a[k - 1])
best = max(x for x in a[k - 1:] if x <= free)
print(k, best)
```

Ответ: 2588 3536.

Задание 27

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Рассматриваются частицы на плоскости, обладающие следующими характеристиками: декартовы координаты, вектор скорости, масса, а также признак, характеризующий внутреннее строение частицы, обозначаемый числами от I до VII (в римской системе счисления).

Учёный решил провести кластеризацию частиц по модулю импульса, то есть разбить их множество на K непересекающихся непустых подмножеств (кластеров), таких, что модуль разности модулей импульса любых двух частиц каждого подмножества не превосходит значения R. Гарантируется, что такое разбиение существует и единственно для заданного R.

Будем называть центром кластера такую его частицу, для которой сумма модулей разности модулей импульса со всеми остальными частицами этого кластера минимальна. Для каждого кластера гарантируется единственность его центра.

В каждой строке текстового файла хранится информация об одной частице: координаты x и y, проекции вектора скорости V_x и V_y, масса m и признак. Значения в строке разделяются одним или несколькими пробелами и/или символами табуляции, дробная часть отделяется точкой. Количество строк в файле не превышает 10 000. Абсолютная величина каждого числового значения не превышает 100,0.

Известно, что все описанные в файле частицы подразделяются ровно на три кластера (K = 3) с R = 2,0 для каждого.

Для каждого кластера определите его центр, затем найдите два числа: Q1 — наибольшее евклидово расстояние между частицами одного кластера, имеющими признак II, и Q2 — максимальное значение модуля импульса среди центров кластеров.

В ответе запишите два числа: сначала целую часть произведения Q1 × 10 000, затем целую часть произведения Q2 × 10 000.

Для справки. Модуль импульса p частицы массы m, обладающей скоростью v = (V_x, V_y), вычисляется по формуле: $p = m\sqrt{(V_x^2 + V_y^2)}$.

Евклидово расстояние между двумя точками на плоскости $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ вычисляется по формуле: $d(A,B) = \sqrt{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)}$.

Типовой пример организации данных во входном файле (три строки файла для трёх частиц):

```
0.67  -2.14  3.0  -4.0  0.2  V
3.14  7.22  3.2  4.3  0.7  II
1.33  5.56  0.00  5.22  0.456  IV
```

Для частицы из первой строки примера модуль импульса равен 1,0.

Типовой пример имеет иллюстративный характер. Для выполнения задания используйте данные из прилагаемого файла.

Файл к заданию: 27.txt (68 КБ)

Ответ 1585918 141710

Посчитаем для каждой частицы модуль импульса и отсортируем частицы по этой величине. Разбиение единственно: внутри кластера соседние значения отличаются не больше чем на R, а между кластерами разрыв больше R. Поэтому кластеры получаются разрезанием отсортированного списка там, где разность соседних значений больше 2,0.

Центр кластера ищем по определению — перебором сумм модулей разностей (это медиана кластера). Затем считаем Q1 и Q2 по условию.

Программа на Python

```
from math import dist, sqrt

parts = []
for line in open('27.txt'):
    x, y, vx, vy, m, f = line.split()
    x, y, vx, vy, m = map(float, (x, y, vx, vy, m))
    parts.append((m * sqrt(vx ** 2 + vy ** 2), x, y, f))     # величина, координаты, признак

parts.sort()                                # по величине
clusters, cur = [], [parts[0]]
for p in parts[1:]:
    if p[0] - cur[-1][0] > 2.0:             # разрыв больше R — новый кластер
        clusters.append(cur)
        cur = []
    cur.append(p)
clusters.append(cur)
print(len(clusters))                        # должно быть 3

# центр: минимальная сумма модулей разностей
centers = [min(c, key=lambda p: sum(abs(p[0] - r[0]) for r in c)) for c in clusters]
q1 = 0
for c in clusters:
    f = [p for p in c if p[3] == 'II']
    for i in range(len(f)):
        for j in range(i + 1, len(f)):
            q1 = max(q1, dist(f[i][1:3], f[j][1:3]))
q2 = max(p[0] for p in centers)
print(int(q1 * 10000), int(q2 * 10000))
```

Ответ: 1585918 141710.