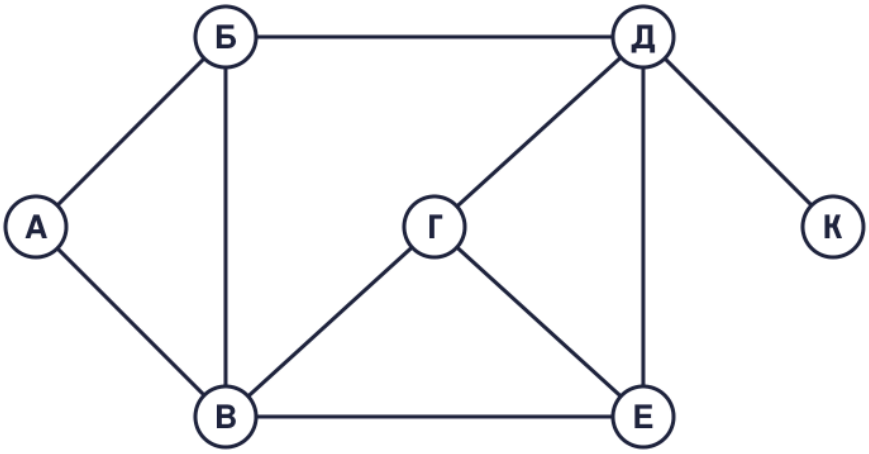
ЕГЭНИЙ · Информатика

Вариант 20 · Вариант с ответами и решениями

Задание 1

На рисунке схема дорог N-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о протяжённости каждой из этих дорог (в километрах).

Номер пункта	1	2	3	4	5	6	7
1						25	
2			13	49	35		7
3		13			6		
4		49				28	41
5		35	6			32	
6	25			28	32		48
7		7		41		48	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, какова сумма протяжённостей дорог из пункта А в пункт В и из пункта Д в пункт К.

В ответе запишите целое число.

Ответ 38

Посчитаем степени вершин (количество дорог из пункта). На графе: А — 2, Б — 3, В — 4, Г — 3, Д — 4, Е — 3, К — 1. В таблице: П1 — 1, П2 — 4, П3 — 2, П4 — 3, П5 — 3, П6 — 4, П7 — 3.

Сопоставляем вершины по степеням и по соседям: степень 2 на графе только у вершины А, в таблице — только у пункта 3: А = П3; Б — вершина степени 3, соединённая с А; этому соответствует только П5; В — вершина степени 4, соединённая с А, Б; этому соответствует только П2; Д — вершина степени 4, соединённая с Б; этому соответствует только П6; степень 1 на графе только у вершины К, в таблице — только у пункта 1: К = П1.

Дорога АВ — это П3–П2, её длина 13 км. Дорога ДК — это П6–П1, её длина 25 км.

Сумма: 13 + 25 = **38**.

Задание 2

Миша заполнял таблицу истинности логической функции F

((z ≡ ¬w) → ¬(x → z)) ∨ ¬y,

но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z.

???	???	???	???	F
1		0		0
0	0		1	0
	0	0		0

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z.

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Например, если функция задана выражением ¬x ∨ y, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имеет вид

???	???	F
0	1	0

то первому столбцу соответствует переменная y, а второму — переменная x. В ответе следует написать: yx.

Ответ zxwy

Функция равна 0 только в 3 строках полной таблицы истинности из 16, поэтому фрагмент почти однозначно задаёт расстановку переменных. Переберём программой все способы заполнить пустые клетки и все перестановки переменных по столбцам: подходят только заполнения, при которых три строки различны, а функция во всех трёх строках равна 0.

Импликацию a → b в Python удобно записывать как `a <= b`, тождество — как `a == b`.

Программа на Python

```
from itertools import product, permutations

def F(x, y, z, w):
    return ((z == (not w)) <= (not (x <= z))) or (not y)

answers = set()
for a1, a2, a3, a4, a5 in product([0, 1], repeat=5):
    t = [(1, a1, 0, a2), (0, 0, a3, 1), (a4, 0, 0, a5)]
    if len(set(t)) == 3:              # строки фрагмента различны
        for p in permutations('xyzw'):
            if all(F(**dict(zip(p, r))) == 0 for r in t):
                answers.add(''.join(p))
print(*answers)
```

Программа выводит единственную перестановку: **zxwy**.

Задание 3

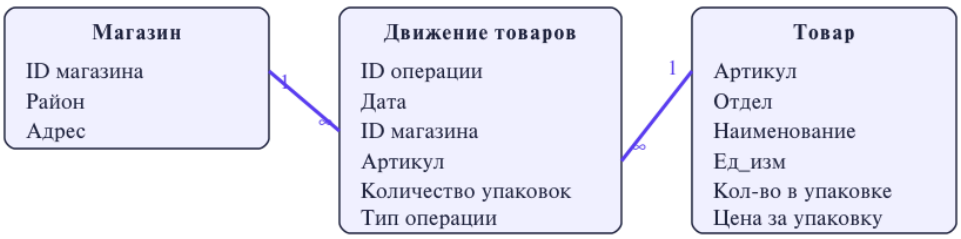
Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

В файле приведён фрагмент базы данных «Продукты» о поставках товаров в магазины районов города. База данных состоит из трёх таблиц.

Таблица «Движение товаров» содержит записи о поступлении товаров со склада в магазины в течение июня 2026 г., а также информацию о проданных товарах. Поле *Тип операции* содержит значение *Поступление* или *Продажа*, а в соответствующее поле *Количество упаковок, шт.* внесена информация о том, сколько упаковок товара поступило в магазин или было продано в течение дня.

Таблица «Товар» содержит информацию об основных характеристиках каждого товара: артикул, отдел, наименование, единицу измерения, количество в упаковке и цену за упаковку. Таблица «Магазин» содержит информацию о местонахождении магазинов: ID магазина, район, адрес.

На рисунке приведена схема указанной базы данных.



Используя информацию из приведённой базы данных, определите общую массу (в килограммах) всех видов сыра, проданных магазинами Заречного района за период с 11 по 27 июня включительно. В ответе запишите только число; если оно дробное, запишите его десятичной дробью без округления.

Файл к заданию: 3.xlsx (108 КБ)

Ответ 375,62

В электронной таблице. На листе «Движение товаров» добавьте столбцы: район магазина `=ВПР(C2;$Магазин.$A$2:$B$30;2;0)`, наименование `=ВПР(D2;$Товар.$A$2:$F$100;3;0)` и единицу измерения (столбец 4 листа «Товар») и количество в упаковке (столбец 5).

Включите автофильтр и оставьте: тип операции — Продажа, даты с 11.06.2026 по 27.06.2026, район — Заречный, наименование начинается со слова «Сыр». Обратите внимание на единицы измерения: часть товаров учтена в граммах, часть — в килограммах. Масса строки в килограммах = количество упаковок · количество в упаковке, для граммов — ещё делённое на 1000. Сумму видимых строк даст `=ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ.ИТОГИ(9;…)`.

Программой. Сохраните каждый лист как CSV с разделителем «;» (Файл → Сохранить как → Текст CSV) и выполните программу.

Программа на Python

```
import csv

def read(name):
    with open(name, encoding='utf-8') as f:
        return list(csv.reader(f, delimiter=';'))[1:]

goods = {r[0]: r for r in read('товар.csv')}      # артикул -> строка
shops = {r[0]: r[1] for r in read('магазин.csv')}  # магазин -> район
total = 0
for oid, date, shop, art, cnt, typ in read('движение.csv'):
    day = int(date[:2])
    g = goods[art]
    if typ == 'Продажа' and 11 <= day <= 27 and shops[shop] == 'Заречный' and g[2].startswith('Сыр '):
        q = float(g[4].replace(',', '.'))
        if g[3] == 'г':
            q = q / 1000            # граммы -> килограммы
        total += int(cnt) * q
print(round(total, 3))
```

Ответ: **375,62**.

Задание 4

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, Б, В использовали такие кодовые слова: А – 00, Б – 01, В – 111.

Укажите кратчайшее возможное кодовое слово для буквы Г, при котором код будет удовлетворять условию Фано и для буквы Д останется возможность подобрать кодовое слово. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова.

Ответ 10

Нарисуем двоичное дерево известных кодов. Свободные вершины, с которых может начинаться новый код: 10, 110.

Код для Г должен начинаться с одной из свободных вершин, и после этого для Д должна остаться хотя бы одна свободная ветвь. Если свободная вершина единственная, код Г должен быть на один знак длиннее, чтобы вторая половина ветви досталась букве Д. Самый короткий подходящий код с наименьшим числовым значением — **10**.

Проверка перебором

```
from itertools import product

known = ['00', '01', '111']
words = [''.join(t) for n in range(1, 7) for t in product('01', repeat=n)]

def fano(codes):
    return all(not b.startswith(a) for a in codes for b in codes if a != b)

good = []
for d in words:
    if d not in known and fano(known + [d]):
        if any(e not in known + [d] and fano(known + [d, e]) for e in words):
            good.append(d)
good.sort(key=lambda w: (len(w), int(w, 2)))
print(good[0])
```

Ответ: **10**.

Задание 5

На вход алгоритма подаётся натуральное число N (N ≥ 2). Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа N.

2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
а) если число N чётное, то к этой записи справа дописываются две её последние цифры;
б) если число N нечётное, то к этой записи слева дописывается 1, а справа — цифры 01.

Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа R.

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Например, для исходного числа $16_{10} = 10000_2$ результатом является число $1000000_2 = 64_{10}$, а для исходного числа $21_{10} = 10101_2$ результатом является число $11010101_2 = 213_{10}$.

Укажите минимальное число R, большее 196, которое может быть получено с помощью описанного алгоритма. В ответе запишите это число в десятичной системе счисления.

Ответ 197

Результат работы алгоритма растёт вместе с N не строго монотонно (для разных N работают разные правила), поэтому надёжнее перебрать N программой. В записи R на несколько разрядов больше, чем в записи N, так что R больше N и перебора до 1000 с запасом достаточно.

Программа на Python

```
def R(n):
    b = bin(n)[2:]
    if n % 2 == 0:
        b = b + b[-2:]
    else:
        b = '1' + b + '01'
    return int(b, 2)

print(min(R(n) for n in range(2, 1000) if R(n) > 196))
```

Ответ: **197**.

Задание 6

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: Поднять хвост, означающая переход к перемещению без рисования; Опустить хвост, означающая переход в режим рисования; Вперёд n (где n – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова; Назад n (где n – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлении; Направо m (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов по часовой стрелке; Налево m (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки.

Запись Повтори k [Команда1 Команда2 … КомандаS] означает, что последовательность из S команд повторится k раз.

Черепахе был дан для исполнения следующий алгоритм.

Повтори 6 [Вперёд 25 Направо 90 Вперёд 19 Направо 90]
Поднять хвост
Назад 10 Налево 90 Вперёд 12 Направо 90
Опустить хвост
Повтори 4 [Вперёд 17 Направо 90 Вперёд 25 Направо 90]

Определите, сколько точек с целочисленными координатами находятся внутри области пересечения фигур, ограниченных заданными алгоритмом линиями, включая точки на границах этого пересечения.

Ответ 112

Первый цикл рисует прямоугольник: Черепаха идёт вверх на 25, поворачивает направо и идёт на 19. Получается прямоугольник $0 \le x \le 19$, $0 \le y \le 25$.

Перемещение без рисования приводит Черепаху в точку (-12; -10), голова снова смотрит вверх.

Второй цикл: вверх на 17, затем вправо на 25. Второй прямоугольник: $-12 \le x \le 13$, $-10 \le y \le 7$.

Пересечение: $0 \le x \le 13$, $0 \le y \le 7$. Целых точек: $(13 - (0) + 1) \cdot (7 - (0) + 1) = 14 \cdot 8 =$ **112**.

Проверка программой

```
A = (0, 19, 0, 25)      # x1, x2, y1, y2
B = (-12, 13, -10, 7)
inside = lambda r, x, y: r[0] <= x <= r[1] and r[2] <= y <= r[3]
print(sum(1 for x in range(-100, 101) for y in range(-100, 101) if inside(A, x, y) and inside(B, x, y)))
```

Задание 7

Голосовое сообщение оцифровывается в формате моно с частотой дискретизации 48 000 Гц и глубиной

кодирования 32 бит. Определите наименьшее количество Кбайт, необходимое для сохранения сообщения в памяти (без учёта заголовка), если его длительность — 1 мин 46 с. В ответе укажите только число.

Ответ 19875

Длительность: 1 · 60 + 46 = 106 с. Объём: 1 · 48 000 · 4 байта · 106 = 20 352 000 байт.

В Кбайтах: 20 352 000 / 1024 ≈ 19875,00: **19875**.

Задание 8

Все четырёхбуквенные слова, составленные из букв Г, Р, К, А, И, Ф, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. АААА
2. АААГ
3. АААИ
4. АААК
5. АААР
6. АААФ

……

Определите, под каким номером в этом списке стоит последнее слово с чётным номером, которое не начинается с букв А или И и содержит не менее двух букв А.

Примечание. Слово — последовательность идущих подряд букв, не обязательно осмысленная.

Ответ 1086

Важно взять буквы в алфавитном порядке: А, Г, И, К, Р, Ф — тогда product перебирает слова в том же порядке, что и в списке, а нумерацию начинаем с 1.

Программа на Python

```
from itertools import product

letters = sorted('АГИКРФ')
last = 0
for i, w in enumerate(product(letters, repeat=4), 1):
    w = ''.join(w)
    if i % 2 == 0 and w[0] not in 'АИ' and w.count('А') >= 2:
        last = i
print(last)
```

Ответ: **1086**.

Задание 9

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Откройте файл электронной таблицы, содержащей в каждой строке семь натуральных чисел. Определите количество строк таблицы, для которых выполнены оба условия:

– в строке все числа различны;
– среднее арифметическое трёх наибольших чисел строки меньше удвоенного среднего арифметического четырёх остальных её чисел.

В ответе запишите только число.

Файл к заданию: 9.xlsx (182 КБ)

Ответ 1284

В электронной таблице. Числа строки удобно упорядочить формулами `=НАИМЕНЬШИЙ($A1:$G1;1)` … `=НАИМЕНЬШИЙ($A1:$G1;7)` в соседних столбцах. Все числа различны, если для каждой ячейки `СЧЁТЕСЛИ($A1:$G1;A1)=1`. Итог по строке — 1, если выполнены оба условия, ответ — сумма этого столбца.

Программой. Сохраните лист как CSV с разделителем «;».

Программа на Python

```
c = 0
for line in open('9.csv'):
    a = sorted(int(x) for x in line.split(';'))
    if len(set(a)) == 7:
        if sum(a[4:]) / 3 < 2 * sum(a[:4]) / 4:
            c += 1
```

```
print(c)
```

Ответ: **1284**.

Задание 10

Файл 10-2.odt содержит первые три главы поэмы Н. В. Гоголя «Мёртвые души». Определите, сколько раз в тексте второй главы (от заголовка «ГЛАВА ВТОРАЯ» до заголовка «ГЛАВА ТРЕТЬЯ») встречается слово «бы», записанное со строчной или с прописной буквы, как отдельное слово. Слова, записанные через дефис (например, «что-то»), считаются состоящими из отдельных слов. В ответе запишите только число.

Текст для проверки программой: TXT.

Ответ 42

Откройте ODT в текстовом редакторе. Используйте поиск целых слов, учитывая регистр и указанный в условии фрагмент.

```
import re
L = 'A-Za-zА-Яа-яЁё0-9'           # символы, из которых состоят слова
def word(t, w, flags=0):          # вхождения w как отдельного слова
    return len(re.findall(rf'(?<![{L}]){w}(?![{L}])', t, flags))

t = open('10-2.txt', encoding='utf-8').read()
t = t[t.index('ГЛАВА ВТОРАЯ'):t.index('ГЛАВА ТРЕТЬЯ')]
print(word(t, 'бы', re.IGNORECASE))
```

Задание 11

При регистрации изделий каждому из них присваивается серийный номер длиной 68 символов. Для записи номеров используется алфавит мощностью 3317.

В базе данных для хранения каждого серийного номера отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используется посимвольное кодирование серийных номеров, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным числом бит.

Определите объём памяти (в Кбайт), необходимый для хранения 12 800 серийных номеров. В ответе запишите только целое число — количество Кбайт.

Ответ 1275

$2^{11} = 2048 < 3317 \le 4096 = 2^{12}$, значит, на символ нужно 12 бит.

Номер: 68 · 12 = 816 бит = 102 байт.

12 800 номеров: 102 · 12 800 = 1 305 600 байт = 1 305 600 / 1024 = **1275** Кбайт.

Задание 12

Исполнитель МТ представляет собой читающую и записывающую головку, которая может передвигаться вдоль бесконечной горизонтальной ленты, разделённой на равные ячейки. В каждой ячейке находится ровно один символ из алфавита исполнителя, включая специальный пустой символ λ.

Время работы исполнителя делится на такты. На каждом такте головка находится в одном из допустимых состояний q0, q1, …; в начальный момент — в состоянии q0. За один такт головка может изменить символ в текущей ячейке, сдвинуться в соседнюю ячейку слева или справа и перейти в новое состояние (или остаться в прежнем).

Программа задаётся таблицей: в первой строке перечислены символы, в первом столбце — состояния. На пересечении стоит команда из трёх элементов через запятую: записываемый символ; L, R или S — сдвиг влево, сдвиг вправо или остановка после выполнения команды; новое состояние. Например, команда 0, L, q3: записать в текущую ячейку «0», сдвинуться влево и перейти в состояние q3. Пустая клетка означает, что такая пара «символ – состояние» невозможна.

Выполните задание. На ленте в соседних ячейках записано двоичное представление числа 3994 без ведущих нулей. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей справа к последовательности ячейке.

Программа работы исполнителя:

	λ	**0**	**1**
q0	λ, L, q1		

q1	1, S, q1	1, S, q1	0, L, q1

Определите результат выполнения программы. В ответе запишите получившееся на ленте двоичное число в десятичной системе счисления.

Ответ 3995

3994 = 111110011010_2.

q0 сдвигает головку на последнюю цифру. q1 прибавляет единицу: единицы заменяет нулями и идёт влево (перенос), на первом нуле или пустой ячейке пишет 1 и останавливается. Программа прибавляет к числу 1.

Проверим, проследив такты программой.

Программа на Python

```
prog = {
    'q0': {'λ': ('λ', 'L', 'q1')},
    'q1': {'λ': ('1', 'S', 'q1'), '0': ('1', 'S', 'q1'), '1': ('0', 'L', 'q1')},
}
tape = dict(enumerate('111110011010'))
pos, state = 12, 'q0'
while True:
    w, move, state2 = prog[state][tape.get(pos, 'λ')]
    tape[pos] = w
    state = state2
    if move == 'S':
        break
    pos += 1 if move == 'R' else -1
res = ''.join(tape[i] for i in sorted(tape)).strip('λ')
print(res, int(res, 2))
```

На ленте остаётся 111110011011_2 = **3995**.

Задание 13

В терминологии сетей TCP/IP маской сети называют двоичное число, которое показывает, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая — к адресу узла в этой сети. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному адресу узла и его маске.

Даны адрес узла 192.40.8.194 и маска 255.255.255.240. Найдите адрес сети.

В ответе укажите сумму числовых значений октетов найденного IP-адреса. Например, если бы найденный адрес был равен 100.20.3.4, то в ответе следовало бы записать: 127.

Ответ 432

Октеты маски, равные 255, переносят соответствующие октеты адреса без изменений, октеты, равные 0, дают 0. Считать нужно только октет, где маска равна 240.

194 = 11000010_2, 240 = 11110000_2. Поразрядная конъюнкция: 11000000_2 = 192.

Адрес сети: 192.40.8.192. Сумма октетов: 192 + 40 + 8 + 192 = **432**.

Проверка программой

```
a = [192, 40, 8, 194]
m = [255, 255, 255, 240]
net = [x & y for x, y in zip(a, m)]
print(net, sum(net))
```

Задание 14

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 19:

$$\mathbf{FxB0_{19} + 2Hx_{19} + CxAx_{19}}$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 19-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 13. Для найденного x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 13 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Ответ 15025

Перебираем цифру x по алфавиту 19-ричной системы от 0 до I. Функция int(строка, 19) переводит запись в десятичное число; цифры больше 9 обозначаются латинскими буквами.

Программа на Python

```
alph = '0123456789ABCDEFGHI'          # цифры 19-ричной системы
for x in alph:
    s = int('F' + x + 'B0', 19) + int('2H' + x, 19) + int('C' + x + 'A' + x, 19)
    if s % 13 == 0:
        print(x, s // 13)
        break
```

Наименьшее подходящее x = C (то есть 12), частное — **15025**.

Задание 15

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m»; пусть на числовой прямой дан отрезок B = [61; 97].

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение

ДЕЛ(x, A) ∨ ((x ∈ B) → ¬ДЕЛ(x, 9))

истинно (то есть принимает значение 1) при любом целом положительном значении переменной x?

Ответ 9

Выражение ложно, только если x ∈ B, x делится на 9 и не делится на A. Значит, A должно делить все кратные 9 на отрезке: 63, 72, 81, 90.

Наибольшее такое A — их НОД: **9**.

Проверка программой

```
def F(x, A):
    return x % A == 0 or (not (61 <= x <= 97)) or x % 9 != 0

for A in range(3000, 0, -1):
    if all(F(x, A) for x in range(1, 4000)):
        print(A)
        break
```

Задание 16

Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

F(n) = n при n ≥ 2029;
F(n) = n + F(n + 2), если n < 2029.

Чему равно значение выражения F(2018) – F(2026)?

Ответ 8084

F(2018) = 2018 + F(2020) = 2018 + 2020 + F(2022) = … Раскрывая определение 4 раз, получаем F(2018) = 2018 + 2020 + 2022 + 2024 + F(2026).

Поэтому F(2018) – F(2026) = 2018 + 2020 + 2022 + 2024 = **8084**. Глубина рекурсии здесь небольшая, программа считает напрямую.

Проверка программой

```
def F(n):
    if n >= 2029:
        return n
    return n + F(n + 2)

print(F(2018) - F(2026))
```

Задание 17

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

В файле содержится последовательность натуральных чисел. Её элементы могут принимать целые значения от 1 до 100 000 включительно. Определите количество пар последовательности, в которых остаток от деления на 21 хотя бы одного из элементов равен минимальному элементу последовательности.

В ответе запишите количество найденных пар, затем максимальную из сумм элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

Файл к заданию: 17.txt (43 КБ)

Ответ 633 199537

Минимальный элемент последовательности равен 11. Для каждой пары соседних элементов проверяем остатки от деления на 21.

Программа на Python

```
a = [int(x) for x in open('17.txt')]
m = min(a)
c, best = 0, 0
for i in range(len(a) - 1):
    x, y = a[i], a[i + 1]
    if x % 21 == m or y % 21 == m:
        c += 1
        best = max(best, x + y)
print(c, best)
```

Ответ: 633 199537.

Задание 18

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Квадрат разлинован на N × N клеток (1 < N < 30). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вниз. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вниз — в соседнюю нижнюю. Квадрат ограничен внешними стенами. Между соседними клетками квадрата также могут быть внутренние стены. Сквозь стену Робот пройти не может.

Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клеткам маршрута Робота.

Определите максимальную и минимальную денежные суммы, которые может собрать Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю. Маршруты, которые заканчиваются в тупике (клетке со стенами справа и снизу, отличной от правой нижней), не учитываются. В ответе укажите два числа — сначала максимальную сумму, затем минимальную.

Исходные данные представляют собой электронную таблицу размером N × N (в файле N = 14), каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата. Внутренние и внешние стены обозначены утолщёнными линиями.

Файл к заданию: 18.xlsx (6 КБ)

Ответ 1795 1066

В электронной таблице. Рядом с полем (например, начиная со столбца W) постройте таблицу того же размера, где в каждой клетке — максимальная сумма, с которой Робот может в неё прийти. В левой верхней клетке — значение монеты, в первой строке `=X1+B1`, в первом столбце `=W1+A2`, в остальных клетках `=МАКС(W2;X1)+B2`. Затем исправьте формулы у клеток рядом со стенами: если слева стена, берите только клетку сверху, если сверху — только слева. Формулы удобнее всего протянуть по всему полю и поправить вручную клетки у стен — их немного. Так же постройте таблицу минимумов с функцией МИН.

В этом поле есть тупики (3 шт.): в них Робот может попасть, но выйти не может, и маршрут через них до правой нижней клетки не дойдёт. Формулы учитывают это сами: если у клетки оба соседа отрезаны стенами, в неё прийти нельзя — оставьте её пустой и не ссылайтесь на неё.

Ответ — значения в правой нижней клетке таблиц максимумов и минимумов: 1795 1066.

Проверка дома программой (нужна библиотека openpyxl, на экзамене её нет)

```
import openpyxl

ws = openpyxl.load_workbook('18.xlsx').active
n = ws.max_row
a = [[ws.cell(i + 1, j + 1).value for j in range(n)] for i in range(n)]

def thick(side):
    return side is not None and side.style in ('thick', 'medium')

def wall_right(i, j):
    return j == n - 1 or thick(ws.cell(i + 1, j + 1).border.right) or thick(ws.cell(i + 1, j + 2).border.le

def wall_down(i, j):
    return i == n - 1 or thick(ws.cell(i + 1, j + 1).border.bottom) or thick(ws.cell(i + 2, j + 1).border.t
```

```
mx = [[None] * n for _ in range(n)]
mn = [[None] * n for _ in range(n)]
mx[0][0] = mn[0][0] = a[0][0]
for i in range(n):
    for j in range(n):
        if i == j == 0:
            continue
        came = []
        if j > 0 and not wall_right(i, j - 1) and mx[i][j - 1] is not None:
            came.append((mx[i][j - 1], mn[i][j - 1]))
        if i > 0 and not wall_down(i - 1, j) and mx[i - 1][j] is not None:
            came.append((mx[i - 1][j], mn[i - 1][j]))
        if came:
            mx[i][j] = max(c[0] for c in came) + a[i][j]
            mn[i][j] = min(c[1] for c in came) + a[i][j]
print(mx[n - 1][n - 1], mn[n - 1][n - 1])
```

Задание 19

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может:

– добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень;
– увеличить количество камней в одной из куч (по своему выбору) в 2 раза.

Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой 5 камней; такую позицию в игре обозначим (10, 5). Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: (11, 5), (20, 5), (10, 6), (10, 10).

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 109. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, при которой в кучах суммарно 109 камней или больше. В начальный момент в первой куче было 3 камней, во второй куче — S камней; $1 \le S \le 105$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S, при котором такая ситуация возможна.

Ответ 27

Ване нужно, чтобы после хода Пети он смог одним ходом довести сумму до 109. Самый сильный ход — удвоить бóльшую кучу. Ищем наименьшее S, при котором у Пети есть ход, после которого (не выиграв сам) он оставляет такую позицию.

Перебор программой (функция game возвращает, кто и каким по счёту ходом выигрывает) даёт S = **27**.

Программа для заданий 19–21

```
from functools import lru_cache

def moves(h):
    a, b = h
    return [(a + 1, b), (a * 2, b), (a, b + 1), (a, b * 2)]

@lru_cache(None)
def game(h):
    # >0: игрок, который ходит, выигрывает этим по счёту своим ходом
    # <0: игрок, который ходит, проигрывает; соперник выигрывает этим по счёту ходом
    #  0: игра уже окончена (выиграл предыдущий игрок)
    if sum(h) >= 109:
        return 0
    res = [game(m) for m in moves(h)]
    lose = [r for r in res if r <= 0]
    if lose:
        return 1 + min(-r for r in lose)
    return -max(res)

# 19: Петя сделал ход (не выигрышный), после которого Ваня выигрывает первым ходом
print(min(s for s in range(1, 106)
          if any(sum(m) < 109 and game(m) == 1 for m in moves((3, s)))))
```

Задание 20

Для игры, описанной в задании 19, найдите два наименьших значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;
– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Ответ 51 52

Нужны S, для которых game возвращает 2: Петя выигрывает своим вторым ходом и не может выиграть первым.

Все такие S: 51, 52. Два наименьших: 51 и 52.

Программа на Python

```
from functools import lru_cache

def moves(h):
    a, b = h
    return [(a + 1, b), (a * 2, b), (a, b + 1), (a, b * 2)]

@lru_cache(None)
def game(h):
    # >0: игрок, который ходит, выигрывает этим по счёту своим ходом
    # <0: игрок, который ходит, проигрывает; соперник выигрывает этим по счёту ходом
    #  0: игра уже окончена (выиграл предыдущий игрок)
    if sum(h) >= 109:
        return 0
    res = [game(m) for m in moves(h)]
    lose = [r for r in res if r <= 0]
    if lose:
        return 1 + min(-r for r in lose)
    return -max(res)

print(*[s for s in range(1, 106) if game((3, s)) == 2][:2])
```

Задание 21

Для игры, описанной в задании 19, найдите наименьшее значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ 50

Нужны S, для которых game возвращает –2: Петя проигрывает, а Ваня при лучшей игре Пети выигрывает своим вторым ходом. Наименьшее такое S — **50**.

Программа на Python

```
from functools import lru_cache

def moves(h):
    a, b = h
    return [(a + 1, b), (a * 2, b), (a, b + 1), (a, b * 2)]

@lru_cache(None)
def game(h):
    # >0: игрок, который ходит, выигрывает этим по счёту своим ходом
    # <0: игрок, который ходит, проигрывает; соперник выигрывает этим по счёту ходом
    #  0: игра уже окончена (выиграл предыдущий игрок)
    if sum(h) >= 109:
        return 0
    res = [game(m) for m in moves(h)]
    lose = [r for r in res if r <= 0]
    if lose:
        return 1 + min(-r for r in lose)
    return -max(res)

print(min(s for s in range(1, 106) if game((3, s)) == -2))
```

Задание 22

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

В файле содержится информация о совокупности N вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Приостановка выполнения процесса не допускается.

Будем говорить, что процесс B зависит от процесса A, если для выполнения процесса B необходимы результаты выполнения процесса A. В этом случае процессы A и B могут выполняться только последовательно.

Информация о процессах представлена в файле в виде таблицы. В первом столбце таблицы указан идентификатор процесса (ID), во втором столбце таблицы — время его выполнения в миллисекундах, в третьем столбце перечислены с разделителем «;» ID процессов, от которых зависит данный процесс. Если процесс независимый, то в таблице указано значение 0.

Определите количество процессов, которые выполняются параллельно на 20-й мс. Считать, что каждый процесс начинается в самое раннее допустимое время. Нумерация миллисекунд начинается с 1.

Типовой пример организации данных в файле:

ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса(-ов) A
1	3	0
2	4	1
3	2	2;4
4	5	0
5	8	1;4
6	3	1

Для приведённой таблицы процесс 3 начинается на 8-й мс, заканчивается на 9-й мс, а на 7-й мс выполняются два процесса — 2 и 5.

Типовой пример имеет иллюстративный характер. Для выполнения задания используйте данные из прилагаемого файла.

Файл к заданию: 22.xlsx (6 КБ)

Ответ 6

Сначала для каждого процесса находим момент окончания, затем момент начала = окончание – время. Процесс, начавшийся в момент s и закончившийся в момент f, занимает миллисекунды с номерами s + 1, …, f (в примере процесс 3: s = 7, f = 9).

Остаётся посчитать процессы, для которых $s < 20 \le f$.

Программой. Сохраните лист как CSV с разделителем «;».

Программа на Python

```
import csv

rows = list(csv.reader(open('22.csv', encoding='utf-8'), delimiter=';'))[1:]
time, deps = {}, {}
for pid, t, d in rows:
    time[int(pid)] = int(t)
    deps[int(pid)] = [] if d == '0' else [int(x) for x in d.split(';')]

finish = {}
def fin(p):                      # момент окончания процесса p
    if p not in finish:
        finish[p] = max([fin(q) for q in deps[p]], default=0) + time[p]
    return finish[p]

ms = 20
c = 0
for p in time:
    begin = fin(p) - time[p]          # процесс занимает миллисекунды begin+1 … fin(p)
    if begin < ms <= fin(p):
        c += 1
print(c)
```

Ответ: **6**.

Задание 23

Исполнитель преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которые обозначены латинскими буквами:

A. Прибавить 1
B. Поменять местами
C. Прибавить 12

Первая команда увеличивает число на экране на 1, третья — на 12. Вторая команда применяется только к числу, у которого цифра в разряде десятков по значению меньше цифры, стоящей в разряде единиц, и заменяет число на экране числом, в котором цифры двух младших разрядов поменялись местами (например, 125 → 152).

Программа для исполнителя — это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 14 результатом является число 46?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы ABC при исходном числе 13 траектория состоит из чисел 14, 41, 53.

Ответ 84

Перестановка двух младших цифр при t < u увеличивает число на 9·(u – t), поэтому все команды увеличивают число и рекурсия конечна: как только число превысило цель, путь обрывается.

Вторая команда меняет число так: x – 10·t – u + 10·u + t, где t и u — цифры десятков и единиц.

Программа на Python

```
def f(x, y):
    if x > y:
        return 0
    if x == y:
        return 1
    res = f(x + 1, y) + f(x + 12, y)
    t, u = x // 10 % 10, x % 10        # цифры десятков и единиц
    if t < u:
        res += f(x - 10 * t - u + 10 * u + t, y)
    return res

print(f(14, 46))
```

Ответ: **84**.

Задание 24

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Текстовый файл состоит из заглавных букв латинского алфавита. Определите максимальное количество идущих подряд символов, среди которых никакие две соседние буквы не совпадают, а буква Q встречается не более двух раз.

В ответе укажите количество символов.

Файл к заданию: 24.txt (244 КБ)

Ответ 252

Метод двух указателей: правая граница идёт по строке, левая сдвигается, когда окно перестаёт удовлетворять условию. Если две соседние буквы совпали, ни одно окно не может их содержать — начинаем окно с текущей буквы. Если букв Q стало больше 2, сдвигаем левую границу, пока одна из них не выйдет из окна.

Программа на Python

```
s = open('24.txt').read().strip()
best = 0
left = 0         # начало текущего окна
k = 0            # сколько букв Q в окне
for r in range(len(s)):
    if r > 0 and s[r] == s[r - 1]:
        left, k = r, 0               # две одинаковые соседние: окно начинаем заново
    if s[r] == 'Q':
        k += 1
    while k > 2:                     # лишняя Q — сдвигаем левую границу
        if s[left] == 'Q':
            k -= 1
        left += 1
    best = max(best, r - left + 1)
print(best)
```

Ответ: **252**.

Задание 25

Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

– символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
– символ «*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске 123*4?5 соответствуют числа 123405 и 12300405.

Среди натуральных чисел, не превышающих 10^{10}, найдите все числа, соответствующие маске 12?3*45?6, делящиеся на 6614 без остатка.

В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — соответствующие им результаты деления этих чисел на 6614.

Количество строк в таблице для ответа избыточно.

Ответ 1203344546 181939
1243524596 188014
1243954506 188079
1273254526 192509

Перебирать все числа до 10^{10} слишком долго, а кратных 6614 — около 1511 тысяч, это быстро. Модуль fnmatch понимает маски с «?» и «*» в том же смысле, что и в условии.

Другой способ — перебрать сами числа, подходящие под маску (вместо «*» — несколько цифр, вместо «?» — любая цифра), и проверить делимость.

Программа на Python

```
from fnmatch import fnmatch

for x in range(6614, 10 ** 10 + 1, 6614):       # перебираем только кратные 6614
    if fnmatch(str(x), '12?3*45?6'):
        print(x, x // 6614)
```

Ответ:
1203344546 181939
1243524596 188014
1243954506 188079
1273254526 192509

Задание 26

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Системный администратор раз в неделю создаёт архив пользовательских файлов. Однако объём диска, куда он помещает архив, может быть меньше, чем суммарный объём архивируемых файлов. Известно, какой объём занимает файл каждого пользователя.

По заданной информации об объёме файлов пользователей и свободном объёме на архивном диске определите максимальное число пользователей, чьи файлы можно сохранить в архиве, а также максимальный размер имеющегося файла, который может быть сохранён в архиве, при условии, что сохранены файлы максимально возможного числа пользователей.

Входные данные. В первой строке входного файла находятся два числа: S — размер свободного места на диске (натуральное число, не превышающее 100 000 000) и N — количество пользователей (натуральное число, не превышающее 10 000). В следующих N строках находятся значения объёмов файлов каждого пользователя (все числа натуральные, не превышающие 10 000), каждое в отдельной строке.

Выходные данные. Запишите в ответе два числа: сначала наибольшее число пользователей, чьи файлы могут быть помещены в архив, затем максимальный размер имеющегося файла, который может быть сохранён в архиве, при условии, что сохранены файлы максимально возможного числа пользователей.

Типовой пример организации данных во входном файле:

```
100 4
80
30
50
40
```

При таких исходных данных можно сохранить файлы максимум двух пользователей. Возможные объёмы этих двух файлов 30 и 40, 30 и 50 или 40 и 50. Наибольший объём файла из перечисленных пар — 50, поэтому ответ для приведённого примера: 2 50.

Файл к заданию: 26.txt (15 КБ)

Ответ 626 2364

Чтобы сохранить как можно больше файлов, берём самые маленькие: сортируем и набираем, пока помещаются. Так получаем наибольшее количество k.

Чтобы в архиве оказался как можно больший файл, оставляем k – 1 самых маленьких, а вместо k-го берём наибольший файл, который помещается в оставшееся место.

Программа на Python

```
f = open('26.txt')
s, n = map(int, f.readline().split())
a = sorted(int(f.readline()) for _ in range(n))

total, k = 0, 0
while k < n and total + a[k] <= s:     # берём самые маленькие файлы
    total += a[k]
    k += 1

# заменяем самый большой из взятых файлов на наибольший, который ещё помещается
free = s - (total - a[k - 1])
best = max(x for x in a[k - 1:] if x <= free)
print(k, best)
```

Ответ: 626 2364.

Задание 27

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Рассматриваются частицы на плоскости, обладающие следующими характеристиками: декартовы координаты, вектор скорости, масса, а также признак, характеризующий внутреннее строение частицы, обозначаемый числами от I до VII (в римской системе счисления).

Учёный решил провести кластеризацию частиц по значениям их кинетической энергии, то есть разбить их множество на K непересекающихся непустых подмножеств (кластеров), таких, что модуль разности кинетических энергий любых двух частиц каждого подмножества не превосходит значения R. Гарантируется, что такое разбиение существует и единственно для заданного R.

Будем называть центром кластера такую его частицу, для которой сумма модулей разности кинетических энергий со всеми остальными частицами этого кластера минимальна. Для каждого кластера гарантируется единственность его центра.

В каждой строке текстового файла хранится информация об одной частице: координаты x и y, проекции вектора скорости V_x и V_y, масса m и признак. Значения в строке разделяются одним или несколькими пробелами и/или символами табуляции, дробная часть отделяется точкой. Количество строк в файле не превышает 10 000. Абсолютная величина каждого числового значения не превышает 100,0.

Известно, что все описанные в файле частицы подразделяются ровно на три кластера (K = 3) с R = 2,0 для каждого.

Для каждого кластера определите его центр, затем найдите два числа: Q1 — наибольшее евклидово расстояние между частицами одного кластера, имеющими признак VII, и Q2 — максимальное значение кинетической энергии среди центров кластеров.

В ответе запишите два числа: сначала целую часть произведения Q1 × 10 000, затем целую часть произведения Q2 × 10 000.

Для справки. Кинетическая энергия E частицы массы m, обладающей скоростью $v = (V_x, V_y)$, вычисляется по формуле: $E = m(V_x^2 + V_y^2)/2$.

Евклидово расстояние между двумя точками на плоскости $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ вычисляется по формуле: $d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Типовой пример организации данных во входном файле (три строки файла для трёх частиц):

```
0.67  -2.14  3.0  -4.0  0.2  V
3.14  7.22  3.2  4.3  0.7  II
1.33  5.56  0.00  5.22  0.456  IV
```

Для частицы из первой строки примера кинетическая энергия равна 2,5.

Типовой пример имеет иллюстративный характер. Для выполнения задания используйте данные из прилагаемого файла.

Файл к заданию: 27.txt (60 КБ)

Ответ 1598125 132321

Посчитаем для каждой частицы кинетическую энергию и отсортируем частицы по этой величине. Разбиение единственно: внутри кластера соседние значения отличаются не больше чем на R, а между кластерами разрыв больше R. Поэтому кластеры получаются разрезанием отсортированного списка там, где разность соседних значений больше 2,0.

Центр кластера ищем по определению — перебором сумм модулей разностей (это медиана кластера). Затем считаем Q1 и Q2 по условию.

Программа на Python

```
from math import dist, sqrt

parts = []
for line in open('27.txt'):
    x, y, vx, vy, m, f = line.split()
    x, y, vx, vy, m = map(float, (x, y, vx, vy, m))
    parts.append((m * (vx ** 2 + vy ** 2) / 2, x, y, f))     # величина, координаты, признак

parts.sort()                                # по величине
clusters, cur = [], [parts[0]]
for p in parts[1:]:
    if p[0] - cur[-1][0] > 2.0:             # разрыв больше R — новый кластер
        clusters.append(cur)
        cur = []
    cur.append(p)
clusters.append(cur)
print(len(clusters))                        # должно быть 3

# центр: минимальная сумма модулей разностей
centers = [min(c, key=lambda p: sum(abs(p[0] - r[0]) for r in c)) for c in clusters]
q1 = 0
for c in clusters:
    f = [p for p in c if p[3] == 'VII']
    for i in range(len(f)):
        for j in range(i + 1, len(f)):
            q1 = max(q1, dist(f[i][1:3], f[j][1:3]))
q2 = max(p[0] for p in centers)
print(int(q1 * 10000), int(q2 * 10000))
```

Ответ: 1598125 132321.