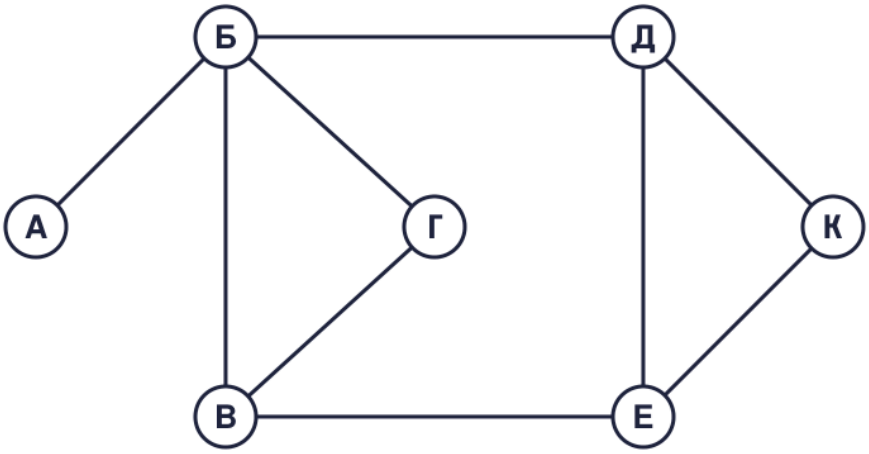
ЕГЭНИЙ · Информатика

Вариант 11 · Вариант с ответами и решениями

Задание 1

На рисунке схема дорог N-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о протяжённости каждой из этих дорог (в километрах).

Номер пункта	1	2	3	4	5	6	7
1		54	18				
2	54		5	50	48		
3	18	5					13
4		50					
5		48				25	59
6					25		32
7			13		59	32	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, какова сумма протяжённостей дорог из пункта Б в пункт Д и из пункта А в пункт Б.

В ответе запишите целое число.

Ответ 98

Посчитаем степени вершин (количество дорог из пункта). На графе: А — 1, Б — 4, В — 3, Г — 2, Д — 3, Е — 3, К — 2. В таблице: П1 — 2, П2 — 4, П3 — 3, П4 — 1, П5 — 3, П6 — 2, П7 — 3.

Сопоставляем вершины по степеням и по соседям: степень 1 на графе только у вершины А, в таблице — только у пункта 4: А = П4; степень 4 на графе только у вершины Б, в таблице — только у пункта 2: Б = П2; Г — вершина степени 2, соединённая с Б; этому соответствует только П1; Д — вершина степени 3, соединённая с Б; этому соответствует только П5.

Дорога БД — это П2–П5, её длина 48 км. Дорога АБ — это П4–П2, её длина 50 км.

Сумма: 48 + 50 = **98**.

Задание 2

Миша заполнял таблицу истинности логической функции F

(z ≡ ¬w) ∧ (y → z) ∧ (x ∨ y),

но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z.

???	???	???	???	F
		0	0	1
	0	0		1
1	0			1

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z.

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Например, если функция задана выражением ¬x ∨ y, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имеет вид

???	???	F
0	1	0

то первому столбцу соответствует переменная y, а второму — переменная x. В ответе следует написать: yx.

Ответ xwyz

Функция равна 1 только в 4 строках полной таблицы истинности из 16, поэтому фрагмент почти однозначно задаёт расстановку переменных. Переберём программой все способы заполнить пустые клетки и все перестановки переменных по столбцам: подходят только заполнения, при которых три строки различны, а функция во всех трёх строках равна 1.

Импликацию a → b в Python удобно записывать как `a <= b`, тождество — как `a == b`.

Программа на Python

```
from itertools import product, permutations

def F(x, y, z, w):
    return (z == (not w)) and (y <= z) and (x or y)

answers = set()
for a1, a2, a3, a4, a5, a6 in product([0, 1], repeat=6):
    t = [(a1, a2, 0, 0), (a3, 0, 0, a4), (1, 0, a5, a6)]
    if len(set(t)) == 3:              # строки фрагмента различны
        for p in permutations('xyzw'):
            if all(F(**dict(zip(p, r))) == 1 for r in t):
                answers.add(''.join(p))
print(*answers)
```

Программа выводит единственную перестановку: **xwyz**.

Задание 3

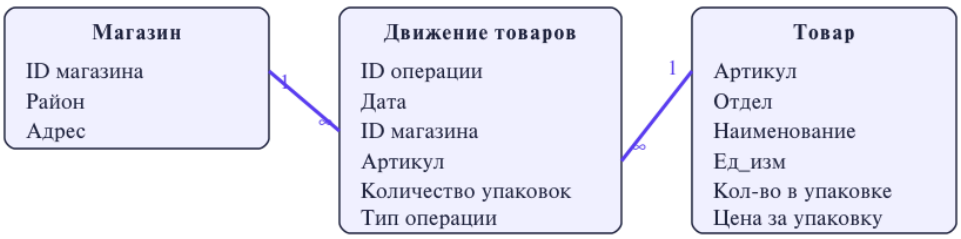
Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

В файле приведён фрагмент базы данных «Продукты» о поставках товаров в магазины районов города. База данных состоит из трёх таблиц.

Таблица «Движение товаров» содержит записи о поступлении товаров со склада в магазины в течение июня 2026 г., а также информацию о проданных товарах. Поле *Тип операции* содержит значение *Поступление* или *Продажа*, а в соответствующее поле *Количество упаковок, шт.* внесена информация о том, сколько упаковок товара поступило в магазин или было продано в течение дня.

Таблица «Товар» содержит информацию об основных характеристиках каждого товара: артикул, отдел, наименование, единицу измерения, количество в упаковке и цену за упаковку. Таблица «Магазин» содержит информацию о местонахождении магазинов: ID магазина, район, адрес.

На рисунке приведена схема указанной базы данных.



Используя информацию из приведённой базы данных, определите общую массу (в килограммах) всех видов сыра, проданных магазинами Октябрьского района за период с 6 по 23 июня включительно. В ответе запишите только число; если оно дробное, запишите его десятичной дробью без округления.

Файл к заданию: 3.xlsx (109 КБ)

Ответ 295,695

В электронной таблице. На листе «Движение товаров» добавьте столбцы: район магазина `=ВПР(C2;$Магазин.$A$2:$B$30;2;0)`, наименование `=ВПР(D2;$Товар.$A$2:$F$100;3;0)` и единицу измерения (столбец 4 листа «Товар») и количество в упаковке (столбец 5).

Включите автофильтр и оставьте: тип операции — Продажа, даты с 06.06.2026 по 23.06.2026, район — Октябрьский, наименование начинается со слова «Сыр». Обратите внимание на единицы измерения: часть товаров учтена в граммах, часть — в килограммах. Масса строки в килограммах = количество упаковок · количество в упаковке, для граммов — ещё делённое на 1000. Сумму видимых строк даст `=ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ.ИТОГИ(9;…)`.

Программой. Сохраните каждый лист как CSV с разделителем «;» (Файл → Сохранить как → Текст CSV) и выполните программу.

Программа на Python

```
import csv

def read(name):
    with open(name, encoding='utf-8') as f:
        return list(csv.reader(f, delimiter=';'))[1:]

goods = {r[0]: r for r in read('товар.csv')}      # артикул -> строка
shops = {r[0]: r[1] for r in read('магазин.csv')}  # магазин -> район
total = 0
for oid, date, shop, art, cnt, typ in read('движение.csv'):
    day = int(date[:2])
    g = goods[art]
    if typ == 'Продажа' and 6 <= day <= 23 and shops[shop] == 'Октябрьский' and g[2].startswith('Сыр '):
        q = float(g[4].replace(',', '.'))
        if g[3] == 'г':
            q = q / 1000            # граммы -> килограммы
        total += int(cnt) * q
print(round(total, 3))
```

Ответ: **295,695**.

Задание 4

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, Б, В использовали такие кодовые слова: А – 00, Б – 01, В – 10.

Укажите кратчайшее возможное кодовое слово для буквы Г, при котором код будет удовлетворять условию Фано и для буквы Д останется возможность подобрать кодовое слово. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова.

Ответ 110

Нарисуем двоичное дерево известных кодов. Свободные вершины, с которых может начинаться новый код: 11.

Код для Г должен начинаться с одной из свободных вершин, и после этого для Д должна остаться хотя бы одна свободная ветвь. Если свободная вершина единственная, код Г должен быть на один знак длиннее, чтобы вторая половина ветви досталась букве Д. Самый короткий подходящий код с наименьшим числовым значением — **110**.

Проверка перебором

```
from itertools import product

known = ['00', '01', '10']
words = [''.join(t) for n in range(1, 7) for t in product('01', repeat=n)]

def fano(codes):
    return all(not b.startswith(a) for a in codes for b in codes if a != b)

good = []
for d in words:
    if d not in known and fano(known + [d]):
        if any(e not in known + [d] and fano(known + [d, e]) for e in words):
            good.append(d)
good.sort(key=lambda w: (len(w), int(w, 2)))
print(good[0])
```

Ответ: **110**.

Задание 5

На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится троичная запись числа N.

2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
а) если число N делится на 3, то слева к записи дописывается цифра 1, а справа — цифры 02;
б) если число N на 3 не делится, то справа дописывается остаток от деления на 3 суммы цифр троичной записи числа N.

Полученная таким образом запись является троичной записью искомого числа R.

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Например, для исходного числа $11_{10} = 102_3$ результатом является число $1020_3 = 33_{10}$, а для исходного числа $26_{10} = 222_3$ результатом является число $2220_3 = 78_{10}$.

Укажите минимальное число R, большее 141, которое может быть получено с помощью описанного алгоритма. В ответе запишите это число в десятичной системе счисления.

Ответ 143

Результат работы алгоритма растёт вместе с N не строго монотонно (для разных N работают разные правила), поэтому надёжнее перебрать N программой. В записи R на несколько разрядов больше, чем в записи N, так что R больше N и перебора до 1000 с запасом достаточно.

Программа на Python

```
def tern(n):
    s = ''
    while n > 0:
        s = str(n % 3) + s
        n //= 3
    return s

def R(n):
    t = tern(n)
    if n % 3 == 0:
        t = '1' + t + '02'
    else:
        t = t + str(sum(map(int, t)) % 3)
    return int(t, 3)

print(min(R(n) for n in range(1, 1000) if R(n) > 141))
```

Ответ: **143**.

Задание 6

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: Поднять хвост, означающая переход к перемещению без рисования; Опустить хвост, означающая переход в режим рисования; Вперёд n (где n – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова; Назад n (где n – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлении; Направо m (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов по часовой стрелке; Налево m (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки.

Запись Повтори k [Команда1 Команда2 … КомандаS] означает, что последовательность из S команд повторится k раз.

Черепахе был дан для исполнения следующий алгоритм.

Повтори 2 [Вперёд 16 Направо 90 Вперёд 18 Направо 90]
Поднять хвост
Вперёд 7 Направо 90 Вперёд 13 Налево 90
Опустить хвост
Повтори 4 [Вперёд 10 Направо 90 Вперёд 14 Направо 90]

Определите, сколько точек с целочисленными координатами находятся внутри объединения фигур, ограниченных заданными алгоритмом линиями. Точки, лежащие на любой из нарисованных линий (в том числе на участках, оказавшихся внутри другой фигуры), учитывать не следует.

Ответ 314

Первый прямоугольник: $0 \le x \le 18$, $0 \le y \le 16$. Перемещение без рисования приводит Черепаху в точку (13; 7) головой вверх. Второй прямоугольник: $13 \le x \le 27$, $7 \le y \le 17$.

Точки на нарисованных линиях не считаются — в том числе на отрезках сторон, оказавшихся внутри другого прямоугольника. Проще всего посчитать программой: точка подходит, если она лежит строго внутри хотя бы одного прямоугольника и не лежит ни на одной из линий.

Программа на Python

```
A = (0, 18, 0, 16)      # x1, x2, y1, y2
```

```
B = (13, 27, 7, 17)

def strictly(r, x, y):
    return r[0] < x < r[1] and r[2] < y < r[3]

def on_border(r, x, y):
    return r[0] <= x <= r[1] and r[2] <= y <= r[3] and not strictly(r, x, y)

c = 0
for x in range(-100, 101):
    for y in range(-100, 101):
        if (strictly(A, x, y) or strictly(B, x, y)) and not on_border(A, x, y) and not on_border(B, x, y):
            c += 1
print(c)
```

Ответ: **314**.

Задание 7

Для хранения произвольного растрового изображения размером 1600×1200 пикселей отведено 1978 Кбайт памяти без учёта размера заголовка файла. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков.

Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

Ответ 256

Всего бит: 1978 · 1024 · 8 = 16 203 776. Пикселей: 1600 · 1200 = 1 920 000.

На пиксель приходится не больше 16 203 776 / 1 920 000 ≈ 8,44 бита, то есть 8 бит (целое число, округляем вниз).

Количество цветов: 2^8 = **256**.

Задание 8

Все четырёхбуквенные слова, составленные из букв А, Н, Т, К, Е, Ц, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. АААА
2. АААЕ
3. АААК
4. АААН
5. АААТ
6. АААЦ

……

Определите, под каким номером в этом списке стоит последнее слово с чётным номером, которое содержит не менее двух букв А и не содержит двух букв Ц подряд.

Примечание. Слово — последовательность идущих подряд букв, не обязательно осмысленная.

Ответ 1086

Важно взять буквы в алфавитном порядке: А, Е, К, Н, Т, Ц — тогда product перебирает слова в том же порядке, что и в списке, а нумерацию начинаем с 1.

Программа на Python

```
from itertools import product

letters = sorted('АЕКНТЦ')
last = 0
for i, w in enumerate(product(letters, repeat=4), 1):
    w = ''.join(w)
    if i % 2 == 0 and w.count('А') >= 2 and 'ЦЦ' not in w:
        last = i
print(last)
```

Ответ: **1086**.

Задание 9

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Откройте файл электронной таблицы, содержащей в каждой строке шесть натуральных чисел.

Определите количество строк таблицы, для которых выполнены оба условия:

– в строке только одно число повторяется ровно два раза, остальные четыре числа различны;
– среднее арифметическое неповторяющихся чисел строки не больше повторяющегося числа.

В ответе запишите только число.

Файл к заданию: 9.xlsx (154 КБ)

Ответ 1060

В электронной таблице. Справа от данных посчитайте для каждой ячейки, сколько раз число встречается в строке: в G1 `=СЧЁТЕСЛИ($A1:$F1;A1)`, протяните на G1:L1 и вниз. Первое условие: `=И(СЧЁТЕСЛИ(G1:L1;2)=2;СЧЁТЕСЛИ(G1:L1;1)=4)`. Повторяющееся число — `=СУММЕСЛИ(G1:L1;2;A1:F1)/2`, сумма неповторяющихся — `=СУММЕСЛИ(G1:L1;1;A1:F1)`, наибольшее из неповторяющихся — `=МАКСЕСЛИ(A1:F1;G1:L1;1)`. Итог по строке — 1, если выполнены оба условия, ответ — сумма этого столбца.

Программой. Сохраните лист как CSV с разделителем «;».

Программа на Python

```
c = 0
for line in open('9.csv'):
    a = [int(x) for x in line.split(';')]
    rep = [x for x in a if a.count(x) == 2]          # оба вхождения повторяющегося числа
    uniq = [x for x in a if a.count(x) == 1]
    if len(rep) == 2 and len(uniq) == 4:
        if sum(uniq) / 4 <= rep[0]:
            c += 1
print(c)
```

Ответ: **1060**.

Задание 10

Файл 10-1.odt содержит текст повести А. С. Пушкина «Дубровский». Определите, сколько раз во всём тексте файла встречается сочетание букв «сто» или «Сто» в составе других слов (например, «сторона», «простой»). Вхождения, где «сто» или «Сто» образует отдельное слово, не учитываются. Слова, записанные через дефис (например, «что-то»), считаются состоящими из отдельных слов. В ответе запишите только число.

Текст для проверки программой: TXT.

Ответ 188

Откройте ODT в текстовом редакторе. Используйте поиск целых слов, учитывая регистр и указанный в условии фрагмент.

```
import re
L = 'A-Za-zA-Яа-яЁё0-9'           # символы, из которых состоят слова
def word(t, w, flags=0):          # вхождения w как отдельного слова
    return len(re.findall(rf'(?<![{L}]){w}(?![{L}])', t, flags))

t = open('10-1.txt', encoding='utf-8').read()
k = 0
for w in ['сто', 'Сто']:
    k += t.count(w) - word(t, w)
print(k)
```

Задание 11

В информационной системе для каждого из 1000 пользователей хранится пароль длиной 60 символов. Для хранения каждого пароля отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт, при этом используется посимвольное кодирование, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным числом бит.

Известно, что для хранения всех паролей потребовалось не более 43 640 байт. Определите максимально возможную мощность алфавита, используемого для записи паролей. В ответе запишите только целое число.

Ответ 32

На один пароль приходится не больше 43 640 / 1000 ≈ 43,64 байта, то есть не больше 43 байт (целое число).

При i битах на символ пароль занимает ⌈60·i / 8⌉ байт. При i = 5: ⌈300 / 8⌉ = 38 ≤ 43. При i = 6: ⌈360 / 8⌉ = 45

> 43. Значит, i = 5.

Мощность алфавита — до 2^5 = **32** символов.

Задание 12

Исполнитель МТ представляет собой читающую и записывающую головку, которая может передвигаться вдоль бесконечной горизонтальной ленты, разделённой на равные ячейки. В каждой ячейке находится ровно один символ из алфавита исполнителя, включая специальный пустой символ λ.

Время работы исполнителя делится на такты. На каждом такте головка находится в одном из допустимых состояний q0, q1, …; в начальный момент — в состоянии q0. За один такт головка может изменить символ в текущей ячейке, сдвинуться в соседнюю ячейку слева или справа и перейти в новое состояние (или остаться в прежнем).

Программа задаётся таблицей: в первой строке перечислены символы, в первом столбце — состояния. На пересечении стоит команда из трёх элементов через запятую: записываемый символ; L, R или S — сдвиг влево, сдвиг вправо или остановка после выполнения команды; новое состояние. Например, команда 0, L, q3: записать в текущую ячейку «0», сдвинуться влево и перейти в состояние q3. Пустая клетка означает, что такая пара «символ – состояние» невозможна.

Выполните задание. На ленте в соседних ячейках записано двоичное представление числа 3629 без ведущих нулей. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей справа к последовательности ячейке.

Программа работы исполнителя:

	λ	**0**	**1**
q0	λ, L, q1		
q1	1, S, q1	1, S, q1	0, L, q1

Определите результат выполнения программы. В ответе запишите получившееся на ленте двоичное число в десятичной системе счисления.

Ответ 3630

$3629 = 111000101101_2$.

q0 сдвигает головку на последнюю цифру. q1 прибавляет единицу: единицы заменяет нулями и идёт влево (перенос), на первом нуле или пустой ячейке пишет 1 и останавливается. Программа прибавляет к числу 1.

Проверим, проследив такты программой.

Программа на Python

```
prog = {
    'q0': {'λ': ('λ', 'L', 'q1')},
    'q1': {'λ': ('1', 'S', 'q1'), '0': ('1', 'S', 'q1'), '1': ('0', 'L', 'q1')},
}
tape = dict(enumerate('111000101101'))
pos, state = 12, 'q0'
while True:
    w, move, state2 = prog[state][tape.get(pos, 'λ')]
    tape[pos] = w
    state = state2
    if move == 'S':
        break
    pos += 1 if move == 'R' else -1
res = ''.join(tape[i] for i in sorted(tape)).strip('λ')
print(res, int(res, 2))
```

На ленте остаётся 111000101110_2 = **3630**.

Задание 13

В терминологии сетей TCP/IP маской сети называют двоичное число, которое показывает, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая — к адресу узла в этой сети. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному адресу узла и его маске.

Даны адрес узла 192.65.213.68 и маска 255.255.254.0. Найдите адрес сети.

В ответе укажите сумму числовых значений октетов найденного IP-адреса. Например, если бы найденный

адрес был равен 100.20.3.4, то в ответе следовало бы записать: 127.

Ответ 469

Октеты маски, равные 255, переносят соответствующие октеты адреса без изменений, октеты, равные 0, дают 0. Считать нужно только октет, где маска равна 254.

213 = 11010101_2, 254 = 11111110_2. Поразрядная конъюнкция: 11010100_2 = 212.

Адрес сети: 192.65.212.0. Сумма октетов: 192 + 65 + 212 + 0 = **469**.

Проверка программой

```
a = [192, 65, 213, 68]
m = [255, 255, 254, 0]
net = [x & y for x, y in zip(a, m)]
print(net, sum(net))
```

Задание 14

Значение арифметического выражения

49^(108)+7^(175)–7^(5)–x,

где x — целое положительное число, не превышающее 3000, записали в семеричной системе счисления. Определите наименьшее значение x, при котором в данной записи значения арифметического выражения содержится ровно 42 нуля.

В ответе запишите число в десятичной системе счисления.

Ответ 7

49108=7216: в семеричной записи это единица и 216 нулей. Слагаемое 7175 добавляет ещё одну единицу, а вычитание 75+x «занимает» единицу из старшего разряда: младшие разряды превращаются в цифры 6, а несколько последних зависят от x.

Точное количество нулей для каждого x удобнее посчитать программой — Python работает с длинными числами напрямую.

Программа на Python

```
def zeros(n, b):
    c = 0
    while n > 0:
        if n % b == 0:
            c += 1
        n //= b
    return c

for x in range(1, 3001):
    if zeros(49 ** 108 + 7 ** 175 - 7 ** 5 - x, 7) == 42:
        print(x)
        break
```

Ответ: **7**.

Задание 15

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m»; пусть на числовой прямой дан отрезок B = [299; 390].

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение

ДЕЛ(x, A) ∨ ((x ∈ B) → ¬ДЕЛ(x, 34))

истинно (то есть принимает значение 1) при любом целом положительном значении переменной x?

Ответ 34

Выражение ложно, только если x ∈ B, x делится на 34 и не делится на A. Значит, A должно делить все кратные 34 на отрезке: 306, 340, 374.

Наибольшее такое A — их НОД: **34**.

Проверка программой

```
def F(x, A):
    return x % A == 0 or (not (299 <= x <= 390)) or x % 34 != 0

for A in range(3000, 0, -1):
    if all(F(x, A) for x in range(1, 4000)):
```

```
        print(A)
        break
```

Задание 16

Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

F(n) = 1 при n = 1;
F(n) = (n + 3) × F(n – 1), если n > 1.

Чему равно значение выражения (F(2023) – 5 × F(2022)) / F(2021)?

Ответ 4092525

Выразим F(2023) и F(2022) через F(2021): F(2022) = 2025 · F(2021), F(2023) = 2026 · 2025 · F(2021).

(F(2023) – 5·F(2022)) / F(2021) = 2026 · 2025 – 5 · 2025 = 2025 · 2021 = **4092525**.

Программой тоже можно: Python хранит длинные числа точно, но глубина рекурсии больше стандартного предела 1000, его нужно увеличить.

Проверка программой

```
import sys
sys.setrecursionlimit(10000)

def F(n):
    if n == 1:
        return 1
    return (n + 3) * F(n - 1)

print((F(2023) - 5 * F(2022)) // F(2021))
```

Задание 17

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

В файле содержится последовательность натуральных чисел. Её элементы могут принимать целые значения от 1 до 100 000 включительно. Определите количество пар последовательности, в которых остаток от деления на 39 хотя бы одного из элементов равен минимальному элементу последовательности.

В ответе запишите количество найденных пар, затем максимальную из сумм элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

Файл к заданию: 17.txt (46 КБ)

Ответ 387 196607

Минимальный элемент последовательности равен 22. Для каждой пары соседних элементов проверяем остатки от деления на 39.

Программа на Python

```
a = [int(x) for x in open('17.txt')]
m = min(a)
c, best = 0, 0
for i in range(len(a) - 1):
    x, y = a[i], a[i + 1]
    if x % 39 == m or y % 39 == m:
        c += 1
        best = max(best, x + y)
print(c, best)
```

Ответ: 387 196607.

Задание 18

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Квадрат разлинован на N × N клеток (1 < N < 30). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вниз. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вниз — в соседнюю нижнюю. Квадрат ограничен внешними стенами. Между соседними клетками квадрата также могут быть внутренние стены. Сквозь стену Робот пройти не может.

Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100.

Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клеткам маршрута Робота.

Определите максимальную и минимальную денежные суммы, которые может собрать Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю. Маршруты, которые заканчиваются в тупике (клетке со стенами справа и снизу, отличной от правой нижней), не учитываются. В ответе укажите два числа — сначала максимальную сумму, затем минимальную.

Исходные данные представляют собой электронную таблицу размером N × N (в файле N = 18), каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата. Внутренние и внешние стены обозначены утолщёнными линиями.

Файл к заданию: 18.xlsx (7 КБ)

Ответ 2234 1223

В электронной таблице. Рядом с полем (например, начиная со столбца W) постройте таблицу того же размера, где в каждой клетке — максимальная сумма, с которой Робот может в неё прийти. В левой верхней клетке — значение монеты, в первой строке `=X1+B1`, в первом столбце `=W1+A2`, в остальных клетках `=МАКС(W2;X1)+B2`. Затем исправьте формулы у клеток рядом со стенами: если слева стена, берите только клетку сверху, если сверху — только слева. Формулы удобнее всего протянуть по всему полю и поправить вручную клетки у стен — их немного. Так же постройте таблицу минимумов с функцией МИН.

В этом поле есть тупики (1 шт.): в них Робот может попасть, но выйти не может, и маршрут через них до правой нижней клетки не дойдёт. Формулы учитывают это сами: если у клетки оба соседа отрезаны стенами, в неё прийти нельзя — оставьте её пустой и не ссылайтесь на неё.

Ответ — значения в правой нижней клетке таблиц максимумов и минимумов: 2234 1223.

Проверка дома программой (нужна библиотека openpyxl, на экзамене её нет)

```
import openpyxl

ws = openpyxl.load_workbook('18.xlsx').active
n = ws.max_row
a = [[ws.cell(i + 1, j + 1).value for j in range(n)] for i in range(n)]

def thick(side):
    return side is not None and side.style in ('thick', 'medium')

def wall_right(i, j):
    return j == n - 1 or thick(ws.cell(i + 1, j + 1).border.right) or thick(ws.cell(i + 1, j + 2).border.le

def wall_down(i, j):
    return i == n - 1 or thick(ws.cell(i + 1, j + 1).border.bottom) or thick(ws.cell(i + 2, j + 1).border.t

mx = [[None] * n for _ in range(n)]
mn = [[None] * n for _ in range(n)]
mx[0][0] = mn[0][0] = a[0][0]
for i in range(n):
    for j in range(n):
        if i == j == 0:
            continue
        came = []
        if j > 0 and not wall_right(i, j - 1) and mx[i][j - 1] is not None:
            came.append((mx[i][j - 1], mn[i][j - 1]))
        if i > 0 and not wall_down(i - 1, j) and mx[i - 1][j] is not None:
            came.append((mx[i - 1][j], mn[i - 1][j]))
        if came:
            mx[i][j] = max(c[0] for c in came) + a[i][j]
            mn[i][j] = min(c[1] for c in came) + a[i][j]
print(mx[n - 1][n - 1], mn[n - 1][n - 1])
```

Задание 19

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может:

– добавить в одну из куч (по своему выбору) четыре камня;
– увеличить количество камней в одной из куч (по своему выбору) в 2 раза.

Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой 5 камней; такую позицию в игре обозначим (10, 5). Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: (14, 5), (20, 5), (10, 9), (10, 10).

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 68.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, при которой в кучах суммарно 68 камней или больше. В начальный момент в первой куче было 4 камней, во второй куче — S камней; 1 ≤ S ≤ 63.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S, при котором такая ситуация возможна.

Ответ 16

Ване нужно, чтобы после хода Пети он смог одним ходом довести сумму до 68. Самый сильный ход — удвоить бóльшую кучу. Ищем наименьшее S, при котором у Пети есть ход, после которого (не выиграв сам) он оставляет такую позицию.

Перебор программой (функция game возвращает, кто и каким по счёту ходом выигрывает) даёт S = **16**.

Программа для заданий 19–21

```
from functools import lru_cache

def moves(h):
    a, b = h
    return [(a + 4, b), (a * 2, b), (a, b + 4), (a, b * 2)]

@lru_cache(None)
def game(h):
    # >0: игрок, который ходит, выигрывает этим по счёту своим ходом
    # <0: игрок, который ходит, проигрывает; соперник выигрывает этим по счёту ходом
    #  0: игра уже окончена (выиграл предыдущий игрок)
    if sum(h) >= 68:
        return 0
    res = [game(m) for m in moves(h)]
    lose = [r for r in res if r <= 0]
    if lose:
        return 1 + min(-r for r in lose)
    return -max(res)

# 19: Петя сделал ход (не выигрышный), после которого Ваня выигрывает первым ходом
print(min(s for s in range(1, 64)
          if any(sum(m) < 68 and game(m) == 1 for m in moves((4, s)))))
```

Задание 20

Для игры, описанной в задании 19, найдите два наименьших значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;
– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Ответ 15 26

Нужны S, для которых game возвращает 2: Петя выигрывает своим вторым ходом и не может выиграть первым.

Все такие S: 15, 26, 27, 28, 29. Два наименьших: 15 и 26.

Программа на Python

```
from functools import lru_cache

def moves(h):
    a, b = h
    return [(a + 4, b), (a * 2, b), (a, b + 4), (a, b * 2)]

@lru_cache(None)
def game(h):
    # >0: игрок, который ходит, выигрывает этим по счёту своим ходом
    # <0: игрок, который ходит, проигрывает; соперник выигрывает этим по счёту ходом
    #  0: игра уже окончена (выиграл предыдущий игрок)
    if sum(h) >= 68:
        return 0
    res = [game(m) for m in moves(h)]
    lose = [r for r in res if r <= 0]
    if lose:
        return 1 + min(-r for r in lose)
    return -max(res)
```

```
print(*[s for s in range(1, 64) if game((4, s)) == 2][:2])
```

Задание 21

Для игры, описанной в задании 19, найдите наименьшее значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ 24

Нужны S, для которых game возвращает –2: Петя проигрывает, а Ваня при лучшей игре Пети выигрывает своим вторым ходом. Наименьшее такое S — **24**.

Программа на Python

```
from functools import lru_cache

def moves(h):
    a, b = h
    return [(a + 4, b), (a * 2, b), (a, b + 4), (a, b * 2)]

@lru_cache(None)
def game(h):
    # >0: игрок, который ходит, выигрывает этим по счёту своим ходом
    # <0: игрок, который ходит, проигрывает; соперник выигрывает этим по счёту ходом
    #  0: игра уже окончена (выиграл предыдущий игрок)
    if sum(h) >= 68:
        return 0
    res = [game(m) for m in moves(h)]
    lose = [r for r in res if r <= 0]
    if lose:
        return 1 + min(-r for r in lose)
    return -max(res)

print(min(s for s in range(1, 64) if game((4, s)) == -2))
```

Задание 22

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

В файле содержится информация о совокупности N вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Приостановка выполнения процесса не допускается. Будем говорить, что процесс B зависит от процесса A, если для выполнения процесса B необходимы результаты выполнения процесса A. В этом случае процессы A и B могут выполняться только последовательно.

Информация о процессах представлена в файле в виде таблицы. В первом столбце таблицы указан идентификатор процесса (ID), во втором столбце таблицы — время его выполнения в миллисекундах, в третьем столбце перечислены с разделителем «;» ID процессов, от которых зависит данный процесс. Если процесс независимый, то в таблице указано значение 0.

Определите количество процессов, которые выполняются параллельно на 11-й мс. Считать, что каждый процесс начинается в самое раннее допустимое время. Нумерация миллисекунд начинается с 1.

Типовой пример организации данных в файле:

ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса(-ов) A
1	3	0
2	4	1
3	2	2;4
4	5	0
5	8	1;4
6	3	1

Для приведённой таблицы процесс 3 начинается на 8-й мс, заканчивается на 9-й мс, а на 7-й мс

выполняются два процесса — 2 и 5.

Типовой пример имеет иллюстративный характер. Для выполнения задания используйте данные из прилагаемого файла.

Файл к заданию: 22.xlsx (6 КБ)

Ответ 12

Сначала для каждого процесса находим момент окончания, затем момент начала = окончание − время. Процесс, начавшийся в момент s и закончившийся в момент f, занимает миллисекунды с номерами s + 1, …, f (в примере процесс 3: s = 7, f = 9).

Остаётся посчитать процессы, для которых $s < 11 \le f$.

Программой. Сохраните лист как CSV с разделителем «;».

Программа на Python

```
import csv

rows = list(csv.reader(open('22.csv', encoding='utf-8'), delimiter=';'))[1:]
time, deps = {}, {}
for pid, t, d in rows:
    time[int(pid)] = int(t)
    deps[int(pid)] = [] if d == '0' else [int(x) for x in d.split(';')]

finish = {}
def fin(p):                      # момент окончания процесса p
    if p not in finish:
        finish[p] = max([fin(q) for q in deps[p]], default=0) + time[p]
    return finish[p]

ms = 11
c = 0
for p in time:
    begin = fin(p) - time[p]          # процесс занимает миллисекунды begin+1 … fin(p)
    if begin < ms <= fin(p):
        c += 1
print(c)
```

Ответ: **12**.

Задание 23

Исполнитель преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которые обозначены латинскими буквами:

A. Прибавить 1
B. Поменять местами
C. Прибавить 12

Первая команда увеличивает число на экране на 1, третья — на 12. Вторая команда применяется только к числу, у которого цифра в разряде десятков по значению меньше цифры, стоящей в разряде единиц, и заменяет число на экране числом, в котором цифры двух младших разрядов поменялись местами (например, 125 → 152).

Программа для исполнителя — это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 30 результатом является число 97?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы ABC при исходном числе 13 траектория состоит из чисел 14, 41, 53.

Ответ 30828

Перестановка двух младших цифр при $t < u$ увеличивает число на $9\cdot(u - t)$, поэтому все команды увеличивают число и рекурсия конечна: как только число превысило цель, путь обрывается.

Вторая команда меняет число так: $x - 10\cdot t - u + 10\cdot u + t$, где t и u — цифры десятков и единиц.

Программа на Python

```
def f(x, y):
    if x > y:
        return 0
    if x == y:
        return 1
    res = f(x + 1, y) + f(x + 12, y)
    t, u = x // 10 % 10, x % 10        # цифры десятков и единиц
    if t < u:
```

```
        res += f(x - 10 * t - u + 10 * u + t, y)
    return res

print(f(30, 97))
```

Ответ: **30828**.

Задание 24

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Текстовый файл состоит из заглавных букв латинского алфавита. Определите максимальное количество идущих подряд символов, среди которых никакие две соседние буквы не совпадают, а буква X встречается не более одного раза.

В ответе укажите количество символов.

Файл к заданию: 24.txt (244 КБ)

Ответ 200

Метод двух указателей: правая граница идёт по строке, левая сдвигается, когда окно перестаёт удовлетворять условию. Если две соседние буквы совпали, ни одно окно не может их содержать — начинаем окно с текущей буквы. Если букв X стало больше 1, сдвигаем левую границу, пока одна из них не выйдет из окна.

Программа на Python

```
s = open('24.txt').read().strip()
best = 0
left = 0          # начало текущего окна
k = 0             # сколько букв X в окне
for r in range(len(s)):
    if r > 0 and s[r] == s[r - 1]:
        left, k = r, 0                # две одинаковые соседние: окно начинаем заново
    if s[r] == 'X':
        k += 1
    while k > 1:                      # лишняя X — сдвигаем левую границу
        if s[left] == 'X':
            k -= 1
        left += 1
    best = max(best, r - left + 1)
print(best)
```

Ответ: **200**.

Задание 25

Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

– символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
– символ «*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске 123*4?5 соответствуют числа 123405 и 12300405.

Среди натуральных чисел, не превышающих 10^{10}, найдите все числа, соответствующие маске 4?7*31?2, делящиеся на 48482 без остатка.

В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — соответствующие им результаты деления этих чисел на 48482.

Количество строк в таблице для ответа избыточно.

Ответ 4175803142 86131
4370943192 90156
4573113132 94326
4970423122 102521

Перебирать все числа до 10^{10} слишком долго, а кратных 48482 — около 206 тысяч, это быстро. Модуль fnmatch понимает маски с «?» и «*» в том же смысле, что и в условии.

Другой способ — перебрать сами числа, подходящие под маску (вместо «*» — несколько цифр, вместо «?» — любая цифра), и проверить делимость.

Программа на Python

```
from fnmatch import fnmatch

for x in range(48482, 10 ** 10 + 1, 48482):       # перебираем только кратные 48482
    if fnmatch(str(x), '4?7*31?2'):
        print(x, x // 48482)
```

Ответ:
4175803142 86131
4370943192 90156
4573113132 94326
4970423122 102521

Задание 26

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Сервер выполняет запросы на передачу данных, при этом сведения о каждом выполненном запросе (время регистрации, идентификатор клиента, объём переданных данных) сохраняются в журнале работы, а переданные данные — в специальном разделе памяти сервера, имеющем ограниченный объём. Каждый раз, когда остаётся недостаточно свободной памяти, сервер создаёт резервную копию всех накопленных там данных, после чего освобождает раздел и продолжает выполнение запросов.

Напишите программу обработки журнала работы сервера и определите, сколько всего резервных копий было создано за время, отражённое в журнале, а также объём (в Кбайт) наибольшей резервной копии, созданной не ранее 12:00:00.

Входные данные. Первая строка входного файла (журнала работы сервера) содержит два натуральных числа: N (N < 1 000 000) — количество строк в журнале и K (K < 1 000 000) — вместимость специального раздела памяти сервера в Кбайт. Каждая из следующих N строк содержит информацию об одном выполненном запросе: время регистрации запроса в формате ЧЧ:ММ:СС и два натуральных числа: C (C < 1 000 000) — идентификатор клиентского устройства и S (S < K) — объём данных запроса в Кбайт. Записи в журнале идут в порядке возрастания времени.

Выходные данные. В ответе запишите два числа: сначала количество созданных резервных копий, затем объём наибольшей резервной копии, созданной не ранее 12:00:00.

Типовой пример организации данных во входном файле:

```
8 140000
01:01:01 101 20000
03:03:03 202 110000
05:05:05 101 90000
07:07:07 303 62000
10:10:10 101 48000
15:15:15 202 12000
21:21:21 303 120000
23:23:23 404 134000
```

При таких исходных данных резервное копирование выполняется четыре раза: в 05:05:05 (130 000 Кбайт), в 07:07:07 (90 000 Кбайт), в 21:21:21 (122 000 Кбайт) и в 23:23:23 (120 000 Кбайт). Всего передано 596 000 Кбайт: 158 000, 122 000, 182 000 и 134 000 Кбайт от клиентов 101, 202, 303 и 404 соответственно. Ответ для приведённого примера: 4 122000.

Типовой пример имеет иллюстративный характер. Для выполнения задания используйте данные из прилагаемого файла.

Файл к заданию: 26.txt (116 КБ)

Ответ 884 149942

Моделируем работу сервера: храним, сколько занято в разделе. Если очередной запрос не помещается (занято + S > K), создаётся резервная копия объёмом «занято», раздел освобождается, и только потом записываются данные запроса. Время копии — время запроса, который не поместился.

Время в формате ЧЧ:ММ:СС с ведущими нулями можно сравнивать как строки.

Программа на Python

```
f = open('26.txt')
n, k = map(int, f.readline().split())
used = 0
count = 0
best = 0
for _ in range(n):
    t, c, s = f.readline().split()
    s = int(s)
```

```
    if used + s > k:                # места не хватает: резервная копия
        count += 1
        if t >= '12:00:00':         # строки ЧЧ:ММ:СС можно сравнивать как текст
            best = max(best, used)
        used = 0
    used += s
print(count, best)
```

Ответ: 884 149942.

Задание 27

Задание выполняется с использованием прилагаемого файла.

Рассматриваются частицы на плоскости, обладающие следующими характеристиками: декартовы координаты, вектор скорости, масса, а также признак, характеризующий внутреннее строение частицы, обозначаемый числами от I до VII (в римской системе счисления).

Учёный решил провести кластеризацию частиц по модулю импульса, то есть разбить их множество на K непересекающихся непустых подмножеств (кластеров), таких, что модуль разности модулей импульса любых двух частиц каждого подмножества не превосходит значения R. Гарантируется, что такое разбиение существует и единственно для заданного R.

Будем называть центром кластера такую его частицу, для которой сумма модулей разности модулей импульса со всеми остальными частицами этого кластера минимальна. Для каждого кластера гарантируется единственность его центра.

В каждой строке текстового файла хранится информация об одной частице: координаты x и y, проекции вектора скорости V_x и V_y, масса m и признак. Значения в строке разделяются одним или несколькими пробелами и/или символами табуляции, дробная часть отделяется точкой. Количество строк в файле не превышает 10 000. Абсолютная величина каждого числового значения не превышает 100,0.

Известно, что все описанные в файле частицы подразделяются ровно на три кластера (K = 3) с R = 1,5 для каждого.

Для каждого кластера определите его центр, затем найдите два числа: Q1 — наименьшее евклидово расстояние между центрами кластеров, и Q2 — среднее арифметическое значений модуля импульса частиц кластера, содержащего наименьшее количество частиц.

В ответе запишите два числа: сначала целую часть произведения Q1 × 10 000, затем целую часть произведения Q2 × 10 000.

Для справки. Модуль импульса p частицы массы m, обладающей скоростью $v = (V_x, V_y)$, вычисляется по формуле: $p = m\sqrt{(V_x^2 + V_y^2)}$.

Евклидово расстояние между двумя точками на плоскости $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ вычисляется по формуле: $d(A,B) = \sqrt{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)}$.

Типовой пример организации данных во входном файле (три строки файла для трёх частиц):

```
0.67  -2.14  3.0  -4.0  0.2  V
3.14  7.22  3.2  4.3  0.7  II
1.33  5.56  0.00  5.22  0.456  IV
```

Для частицы из первой строки примера модуль импульса равен 1,0.

Типовой пример имеет иллюстративный характер. Для выполнения задания используйте данные из прилагаемого файла.

Файл к заданию: 27.txt (65 КБ)

Ответ 239937 82380

Посчитаем для каждой частицы модуль импульса и отсортируем частицы по этой величине. Разбиение единственно: внутри кластера соседние значения отличаются не больше чем на R, а между кластерами разрыв больше R. Поэтому кластеры получаются разрезанием отсортированного списка там, где разность соседних значений больше 1,5.

Центр кластера ищем по определению — перебором сумм модулей разностей (это медиана кластера). Затем считаем Q1 и Q2 по условию.

Программа на Python

```
from math import dist, sqrt

parts = []
for line in open('27.txt'):
    x, y, vx, vy, m, f = line.split()
```

```
    x, y, vx, vy, m = map(float, (x, y, vx, vy, m))
    parts.append((m * sqrt(vx ** 2 + vy ** 2), x, y, f))     # величина, координаты, признак

parts.sort()                                # по величине
clusters, cur = [], [parts[0]]
for p in parts[1:]:
    if p[0] - cur[-1][0] > 1.5:             # разрыв больше R — новый кластер
        clusters.append(cur)
        cur = []
    cur.append(p)
clusters.append(cur)
print(len(clusters))                        # должно быть 3

# центр: минимальная сумма модулей разностей
centers = [min(c, key=lambda p: sum(abs(p[0] - r[0]) for r in c)) for c in clusters]
q1 = min(dist(a[1:3], b[1:3]) for i, a in enumerate(centers) for b in centers[i + 1:])
small = min(clusters, key=len)
q2 = sum(p[0] for p in small) / len(small)
print(int(q1 * 10000), int(q2 * 10000))
```

Ответ: 239937 82380.