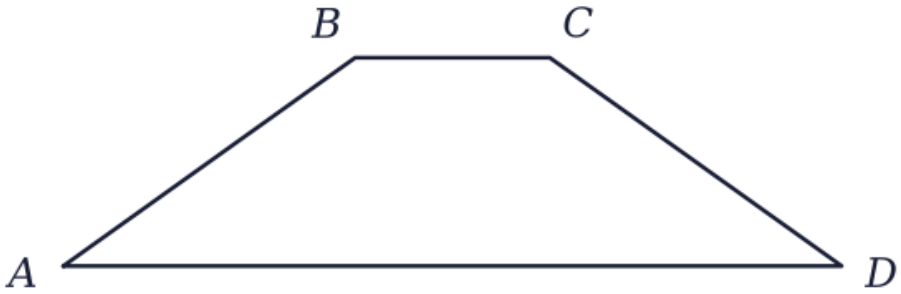
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 32 и 8 соответственно, а боковая сторона равна 13. Найдите площадь трапеции.

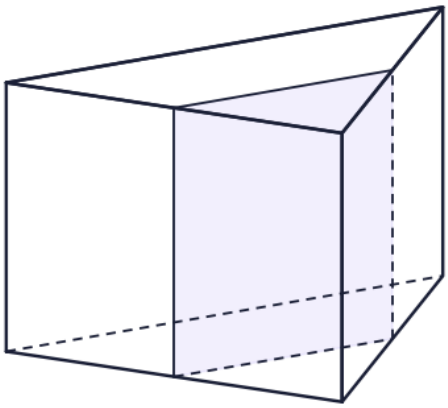


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(5;\ 4)$ и $\vec{b}\,(-1;\ -4)$. Найдите длину вектора $4\vec{a}-\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 56. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

4 В коробке лежат 32 одинаковых на вид чайных пакетиков: 3 пакетика с зелёным чаем, 23 — с белым, остальные — с чёрным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с чёрным чаем.

Ответ: _____.

5 Два стрелка независимо друг от друга делают по одному выстрелу по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,6, второго — 0,4. Найдите вероятность того, что в мишень попадёт ровно один стрелок.

Ответ: _____.

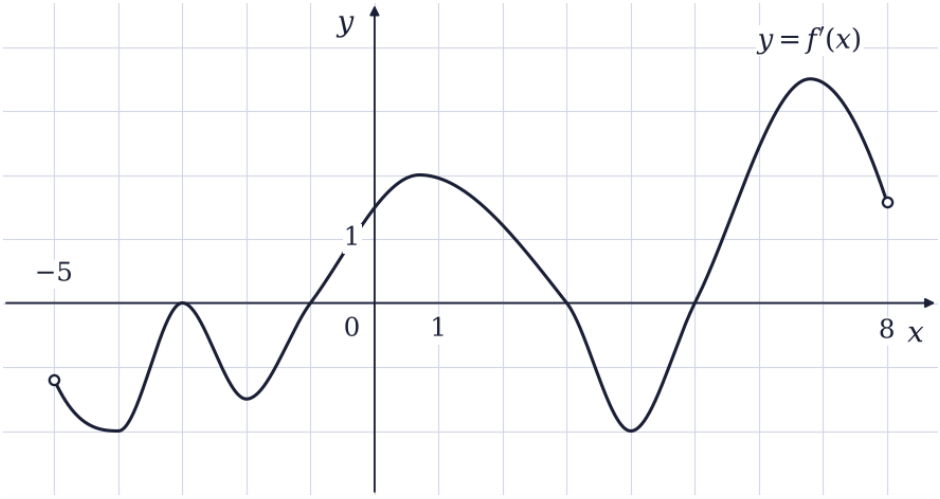
6 Найдите корень уравнения $\log_5(4x+5) = \log_5(x-3) + 1$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $5^{\log_{25} 121}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5;\ 8)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

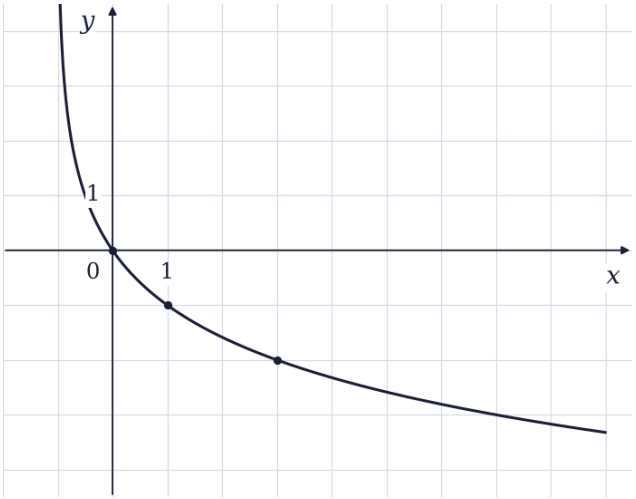
9 Масса радиоактивного изотопа в образце уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), t — время, прошедшее от начального момента (в минутах), T — период полураспада (в минутах). Начальная масса изотопа $m_0 = 120$ мг, период полураспада $T = 10$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равной 3,75 мг?

Ответ: _____.

10 Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 210 литров она заполняет на 12 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = -\log_a(x + b)$. Найдите $f(15)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = x^2 e^{9 - x}$ на промежутке $(0; +\infty)$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $2\cos^2 x + 3\sin(\pi + x) = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$.

14 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребро равно 6.

а) Докажите, что диагональ AC перпендикулярна плоскости BB_1D_1.

б) Найдите расстояние от A до этой плоскости.

15 Решите неравенство

$$\frac{4^x - 5\cdot 2^{x+1} + 16}{\log_5(x+2)} \leqslant 0.$$

16 Кредит на 3 года под 20 % (стандартная схема) погашается тремя равными платежами, каждый не больше 2 592 000 руб. Найдите наибольшую возможную сумму кредита.

Стандартная схема: в начале каждого периода долг увеличивается на указанный процент; затем вносится платёж. В конце срока долг равен нулю.

17 В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов A и B пересекаются в точке K, лежащей на стороне CD.

а) Докажите, что $AB = 2AD$.

б) Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $AK = 6$, $BK = 8$.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $|x^2 - 2x + a| \le 5$ выполняется при всех $x \in [-1;\,2]$.

19 Имеется 15 камней массами $1, 2, 3, \ldots, 15$ кг.

а) Можно ли разложить камни на 4 кучки равной массы?

б) Можно ли разложить камни на 10 кучек равной массы?

в) На какое наибольшее количество кучек равной массы можно разложить эти камни?