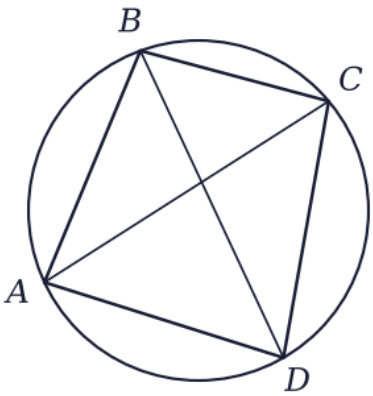
Часть 1

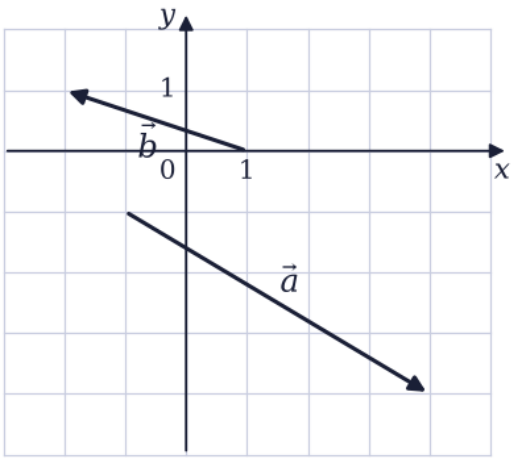
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 67°, угол CAD равен 28°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



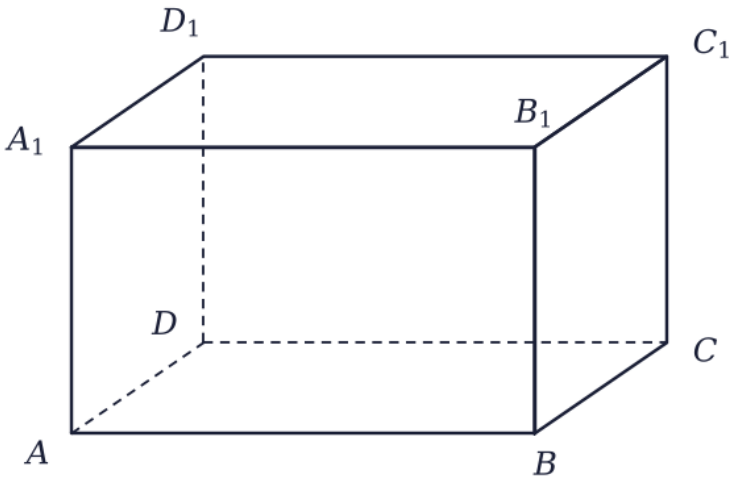
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.

3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 4$, $BC = 7$, $AA_1 = 4$. Найдите длину диагонали AC_1.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 10 спортсменов из Финляндии, 11 спортсменов из Дании и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Ответ: _____.

5 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стёкол, вторая — 30%. Первая фабрика выпускает 5% бракованных стёкол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____.

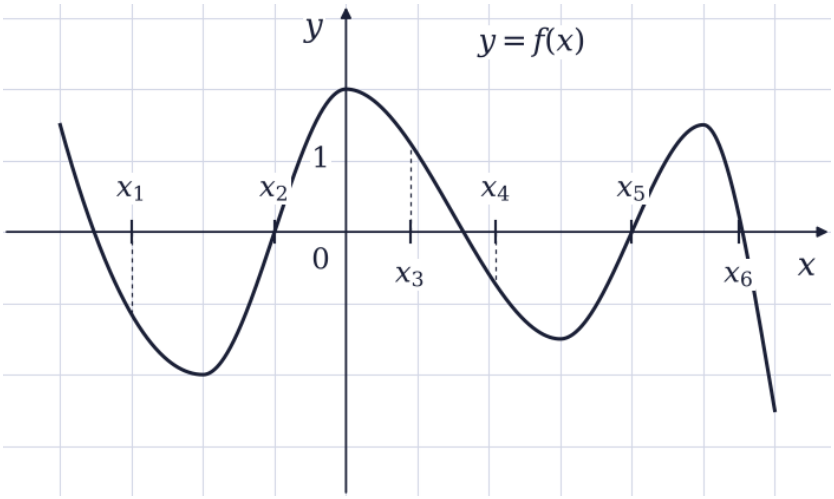
6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} = 9$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $(\sqrt{72} - \sqrt{98})(\sqrt{72} + \sqrt{98})$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено 6 точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Ответ: _____.

9 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 21t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 18 метров?

Ответ: _____.

10 Два велосипедиста одновременно отправились в 80-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 8 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 5 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(16)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = (x - 8)^3 - 243(x - 8) + 133$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $2\cos 2x + 8\cos(\pi - x) = -5$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

14 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 16 на ребре CC_1 отмечена точка M так, что $CM : MC_1 = 1 : 3$.

а) Докажите, что плоскость BDM перпендикулярна плоскости ACC_1.

б) Найдите угол между плоскостью BDM и плоскостью $ABCD$.

15 Решите неравенство

$$\frac{9^x - 10 \cdot 3^x + 9}{\log_3(x+4)} \leqslant 0.$$

16 Кредит 2,2 млн руб. погашен двумя равными платежами по 1 440 000 руб. (стандартная схема, ставка r %). Найдите r.

Стандартная схема: в начале каждого периода долг увеличивается на указанный процент; затем вносится платёж. В конце срока долг равен нулю.

17 В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов A и B пересекаются в точке K, лежащей на стороне CD.

а) Докажите, что $AB = 2AD$.

б) Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $AD = 5$, $AK = 8$.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $x^2 - 2x - a^2 + 2a = 0$ имеет ровно один корень на отрезке [0; 3].

19 Произведение цифр натурального числа равно 360.

а) Может ли это число быть трёхзначным?

б) Может ли сумма цифр этого числа равняться 16?

в) Найдите наименьшее такое число, делящееся на 4.