Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 Сумма двух углов параллелограмма $ABCD$ равна 142°. Найдите больший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

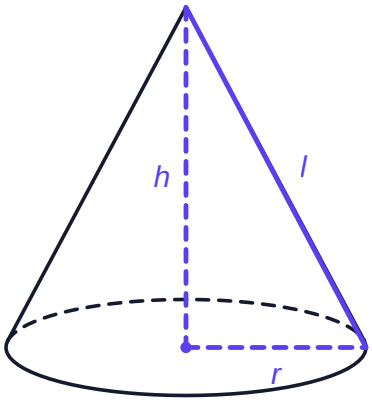


Ответ: _____.

2 Длины векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равны 4 и 7, угол между ними равен 120°. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Радиус основания конуса равен 6, образующая равна 10. Найдите объём конуса, делённый на π.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по прыжкам в воду участвуют 4 спортсмена из Бельгии, 7 спортсменов из Италии и 9 спортсменов из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Италии.

Ответ: _____.

5 В компьютерной игре из каждого сундука с вероятностью 0,2 выпадает редкий предмет, сундуки независимы. Игрок открывает сундуки по одному до первого редкого предмета. Найдите вероятность того, что редкий предмет выпадет именно из третьего сундука.

Ответ: _____.

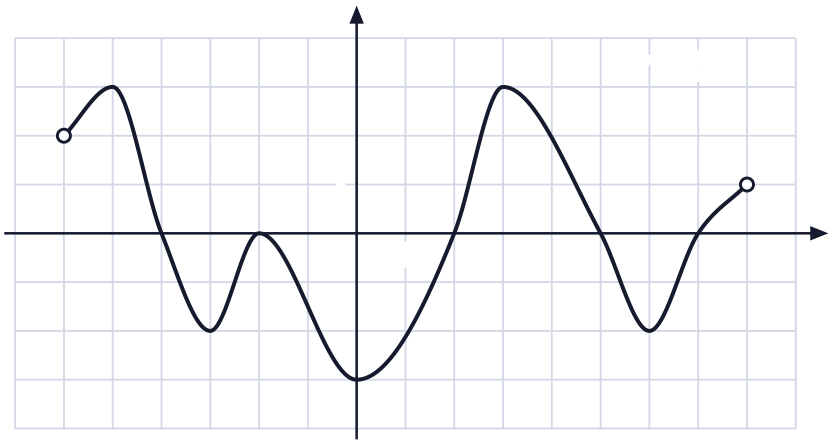
6 Найдите корень уравнения $\sqrt{3x+31}=8$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\log_2 \sqrt[5]{8}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6;\ 8)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

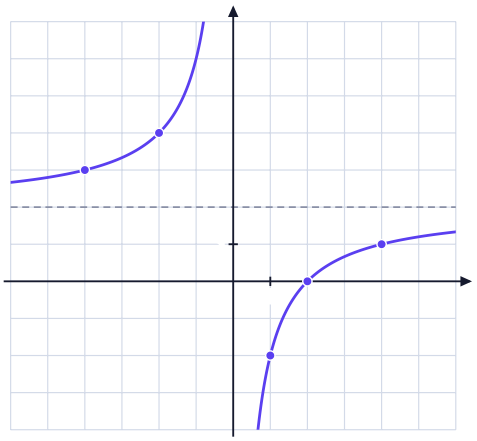
9 Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 120 - 8p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p, при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 400 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

Ответ: _____.

10 Из пункта A круговой трассы выехал велосипедист. Через 20 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления мотоциклист догнал велосипедиста в первый раз, а ещё через 45 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 27 км. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=\dfrac{k}{x}+a$. Найдите $f(40)$.



Ответ: _____.

12 Найдите абсциссу точки максимума функции f(x)=−x²+8x−9.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\operatorname{tg}\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)=1$.

б) Найдите все его корни, принадлежащие промежутку $[0;\pi]$.

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания и боковое ребро равны 6, M — середина AB.

а) Докажите, что $AB\perp(MCC_1)$.

б) Найдите синус угла между плоскостями ABC_1 и ABC.

15 Решите неравенство $\left(4^x-5\cdot 2^x+4\right)\log_2(3-x)\geq 0$.

16 Кредит 331 000 рублей взят под 10 % годовых и гасится тремя равными ежегодными платежами. Найдите величину платежа и переплату.

17 Высоты AA_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H.

а) Докажите, что $\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC$.

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника AHC, если $AC = 6\sqrt{3}$ и $\angle ABC = 60^\circ$.

18 Найдите все значения a, при которых уравнение $\log_2 x + \log_2(4-x) = a$ имеет ровно два действительных корня.

19 Числа от 1 до n требуется разбить на два множества одинаковой мощности и одинаковой суммы.

а) Возможно ли это при n=20?

б) Возможно ли это при n=18?

в) Для скольких натуральных $n \le 100$ такое разбиение возможно?