Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 25 и 9 соответственно, а боковая сторона равна 10. Найдите площадь трапеции.

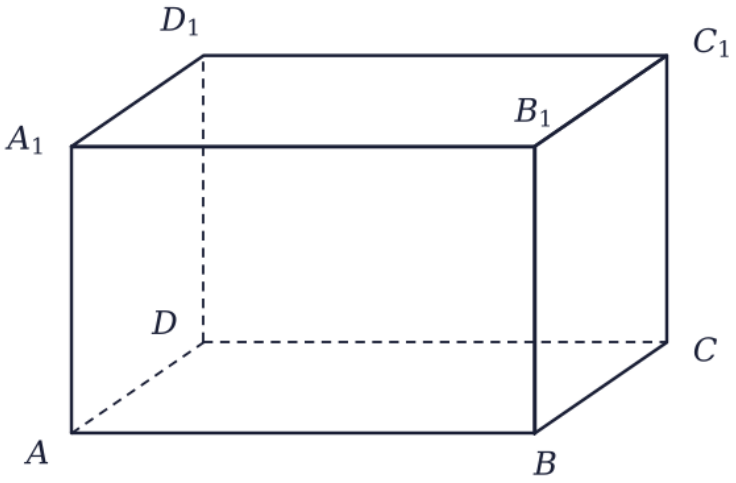


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(-5;\ -2)$ и $\vec{b}\,(-3;\ -1)$. Найдите длину вектора $3\vec{a}-\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB=14$, $BC=8$, $AA_1=8$. Найдите длину диагонали AC_1.



Ответ: _____.

4 В коробке лежат 32 одинаковых на вид чайных пакетиков: 4 пакетика с зелёным чаем, 8 — с белым, остальные — с чёрным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с чёрным чаем.

Ответ: _____.

5 В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,4 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Ответ: _____.

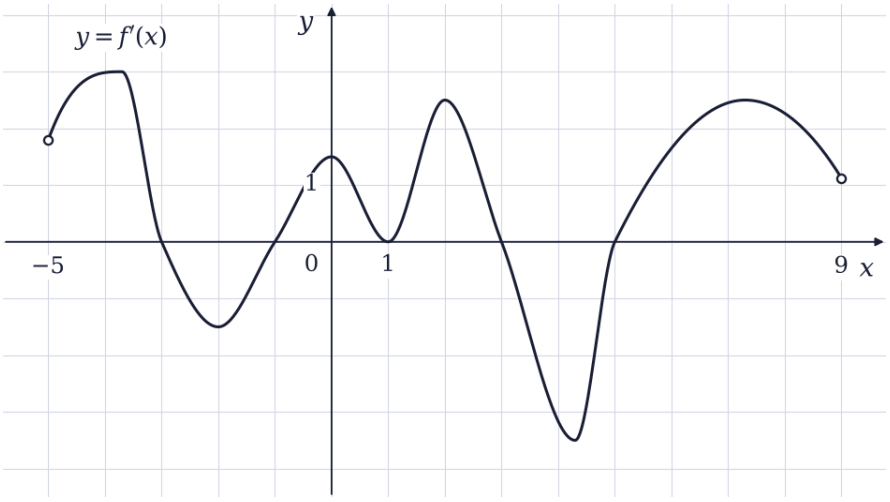
6 Найдите корень уравнения $3^{x+5} = 81$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{2\sin 74^\circ}{\sin 37^\circ \cdot \sin 53^\circ}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5;\ 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

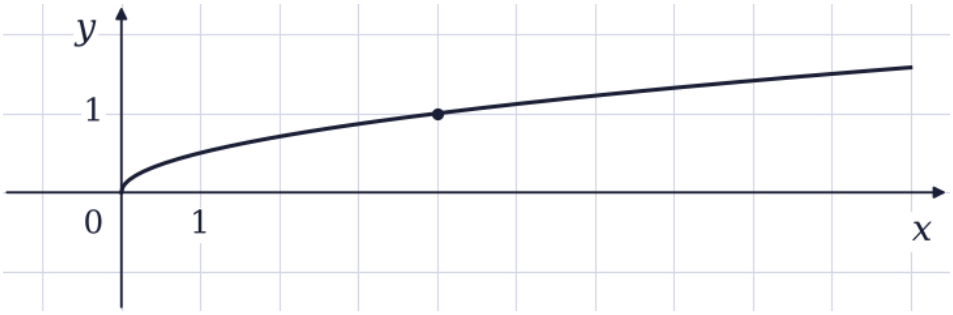
9 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 30t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 40 метров?

Ответ: _____.

10 Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 100 литров она заполняет на 5 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(64)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции y = 8ln x − x + 127.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x + 2\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна 6, боковое ребро равно 8.

а) Докажите, что проекция AC_1 на плоскость ABC — отрезок AC.

б) Найдите синус угла между AC_1 и плоскостью ABC.

15 Решите неравенство

$$\frac{4^x - 6\cdot 2^{x+1} + 32}{\log_5(x+3)} \geqslant 0.$$

16 Кредит 3,64 млн руб. на 3 года под 20 % (стандартная схема) погашается тремя равными платежами. Найдите платёж.

Стандартная схема: в начале каждого периода долг увеличивается на указанный процент; затем вносится платёж. В конце срока долг равен нулю.

17 В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов A и B пересекаются в точке K, лежащей на стороне CD.

а) Докажите, что $AB = 2AD$.

б) Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $AD = \frac{15}{2}$, $AK = 12$.

18 Найдите все значения a, при которых уравнение $x^3-3x=a$ имеет ровно три различных действительных корня.

19 Трёхзначное число с ненулевыми цифрами делят на произведение его цифр.

а) Может ли получиться частное 8?

б) Может ли получиться частное 222?

в) Каково наибольшее возможное частное?