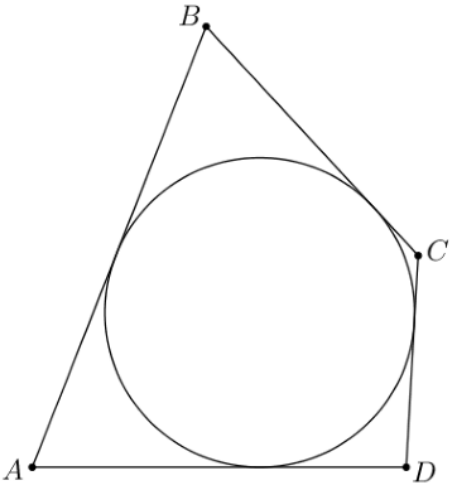
Часть 1

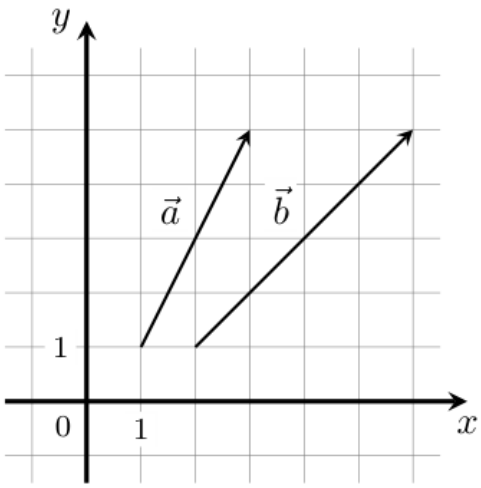
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 18$, $CD = 12$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.



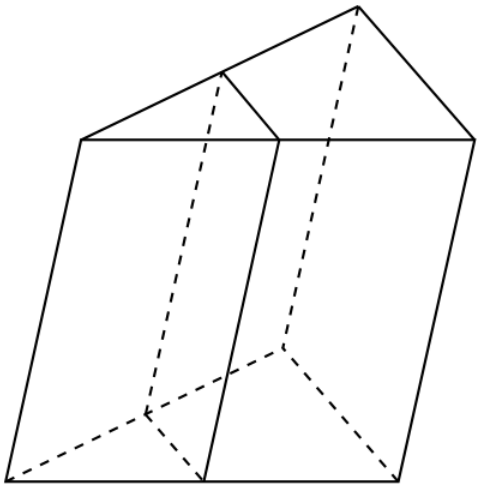
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



Ответ: _____.

3 Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

4 В сборнике билетов по математике всего 75 билетов, в 12 из них встречается вопрос по теме «Логарифмы». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос по теме «Логарифмы».

Ответ: _____.

5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в три первые мишени и не попадёт в последнюю.

Ответ: _____.

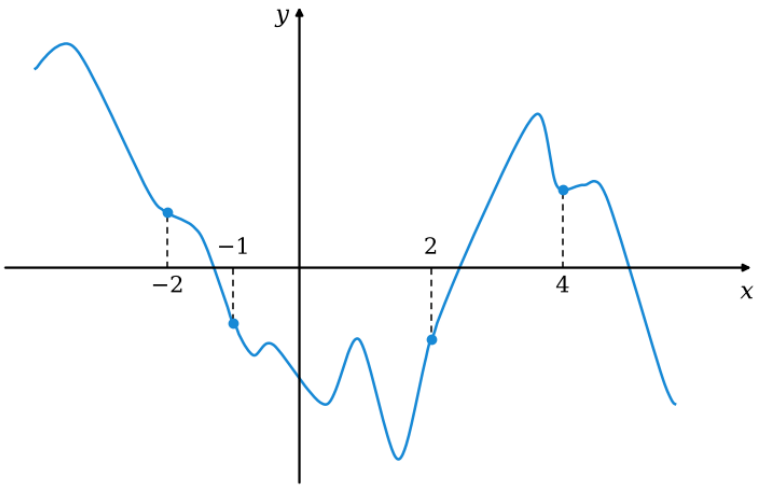
6 Найдите корень уравнения $\log_5(20-x)=2$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{2\sin 136^\circ}{\sin 68^\circ \cdot \sin 22^\circ}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки -2, -1, 2, 4. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

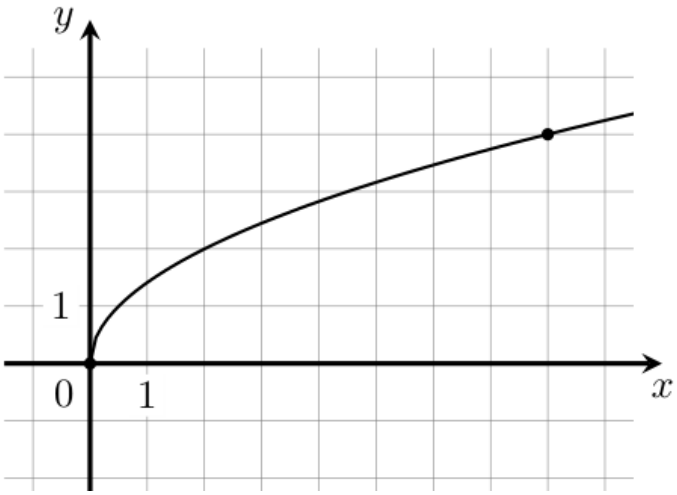
9 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 5 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 7 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 36$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \dfrac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0{,}8$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 84 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

10 Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 72 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью, на 3 км/ч большей прежней. По дороге он сделал остановку на 2 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько и на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(32)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = (x - 7)^3 - 192(x - 7) + 118$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0$.

б) Найдите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};\ \pi\right]$.

14 В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S точка M — середина SD, точка K — середина SA.

а) Докажите, что прямые BK и CM лежат в одной плоскости α.

б) Найдите высоту пирамиды, если угол между плоскостью α и плоскостью основания пирамиды равен 60° и $AB = 6$.

15 Решите неравенство $5^{\log_5(9-x^2)} + x^4 - 29 \geqslant 0$.

16 В июле 2027 года планируется взять кредит в банке на четыре года. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
— к июлю 2031 года кредит должен быть полностью погашен.
Сколько рублей планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 4 500 000 рублей?

17 В прямоугольный треугольник ABC вписана окружность, касающаяся катетов AC, BC и гипотенузы AB в точках M, E и K соответственно. EH — перпендикуляр из точки E на прямую MK.
а) Докажите, что $EK \parallel CH$.
б) Известно, что $AC = 15$, $BC = 8$. Найдите отношение $CH : EK$.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$(x+1)a^2 + \left(x^3 + x + 2\right)a - x^4 + x^3 + 2x^2 = 0$$

имеет ровно 2 решения.

19 На столе лежат красные и синие карты (есть хотя бы по одной карте каждого цвета). На каждой карте написано целое число, не меньшее -100. Числа на картах одного цвета различны (одно и то же число может быть написано на синей и на красной карте). Числа на всех синих картах делятся на 5, а на всех красных — на 8. Известно, что самое большое число на красной карте равно утроенному количеству синих карт, а самое большое число на синей карте равно количеству красных карт.
а) Может ли количество синих карт быть равным 16?
б) Может ли количество синих карт быть равным 40?
в) Какое наибольшее количество синих карт может быть на столе?