Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 20 и 14 соответственно, а боковая сторона равна 5. Найдите площадь трапеции.

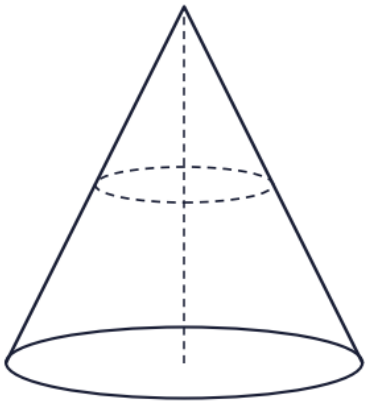


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(-3;\ 1)$ и $\vec{b}\,(-5;\ 5)$. Найдите длину вектора $\vec{a}+\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Через середину высоты конуса параллельно основанию проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Объём меньшего конуса равен 7. Найдите объём исходного конуса.



Ответ: _____.

4 В среднем из 250 садовых насосов в продаже 8 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

5 Два стрелка независимо друг от друга делают по одному выстрелу по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,4, второго — 0,8. Найдите вероятность того, что в мишень попадёт ровно один стрелок.

Ответ: _____.

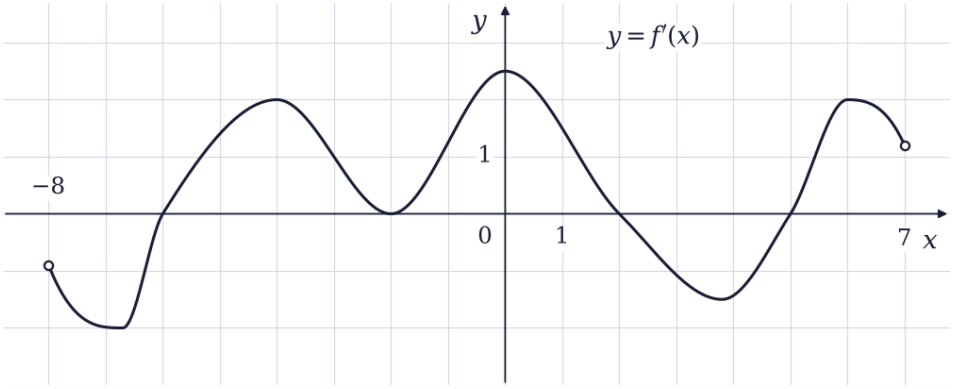
6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} = 8$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $(\sqrt{640} - \sqrt{250})(\sqrt{640} + \sqrt{250})$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;\ 7)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

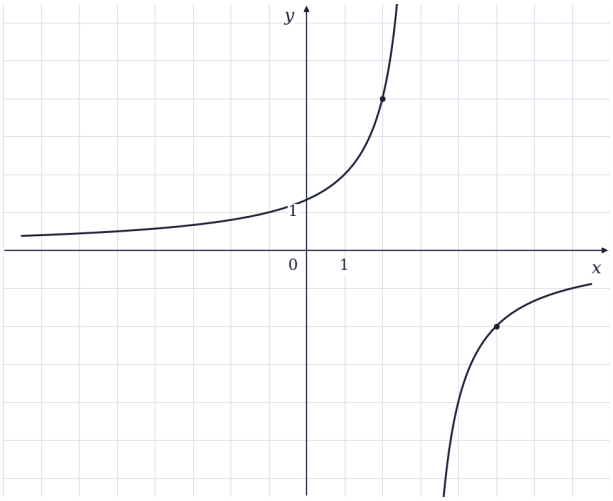
9 Масса радиоактивного изотопа в образце уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), t — время, прошедшее от начального момента (в минутах), T — период полураспада (в минутах). Начальная масса изотопа $m_0 = 640$ мг, период полураспада $T = 3$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равной 160 мг?

Ответ: _____.

10 Смешав 60-процентный и 80-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 40-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 70-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 65-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 60-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x+a}$. Найдите значение $f(11)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = (x-7)^3 - 192(x-7) + 115$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x + 2\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = -3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{\pi}{2};\ 2\pi\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 10, боковое ребро равно 11.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости SAC.

б) Найдите угол между прямой SB и плоскостью SAC.

15 Решите неравенство

$$\log_3^2 x + 2\log_3 x \geqslant 0.$$

16 Вклад под 10 % годовых. В конце каждого из трёх лет после начисления процентов вкладчик снимает 1 млн руб. Найдите наименьший начальный вклад (целое число млн), при котором после третьего снятия на счёте останется не меньше 10 млн руб.

17 Из точки P к окружности радиуса 6 проведены касательные PA и PB, угол APB равен 60°, O — центр окружности.

а) Докажите, что OP — серединный перпендикуляр к AB.

б) Найдите площадь треугольника PAB.

18 Найдите все значения a, при которых уравнение |x−3|/(x−1)=a имеет ровно два корня на луче x>1.

19 Конечное множество натуральных чисел назовём уравновешенным, если его можно разделить на две части с одинаковой суммой.

а) Уравновешено ли множество {100,101,…,199}?

б) Уравновешено ли множество $\{2,4,8,\ldots,2^{2^{00}}\}$?

в) Сколько уравновешенных четырёхэлементных подмножеств есть у множества {3,4,5,6,8,10,12}?