Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 27 и 11 соответственно, а боковая сторона равна 10. Найдите площадь трапеции.

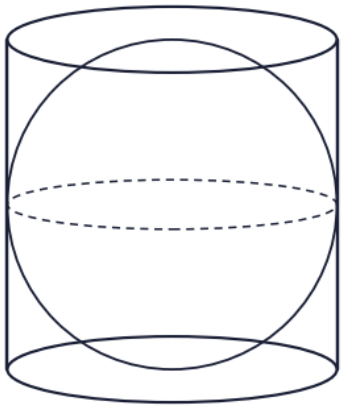


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(1;\ 4)$ и $\vec{b}\,(6;\ -2)$. Найдите длину вектора $2\vec{a}+\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 В цилиндр вписан шар: шар касается обоих оснований цилиндра и его боковой поверхности. Площадь полной поверхности цилиндра равна 87. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

4 В коробке лежат 50 одинаковых на вид чайных пакетиков: 4 пакетика с зелёным чаем, 8 — с белым, остальные — с чёрным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с чёрным чаем.

Ответ: _____.

5 Два стрелка независимо друг от друга делают по одному выстрелу по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,8, второго — 0,4. Найдите вероятность того, что в мишень попадёт ровно один стрелок.

Ответ: _____.

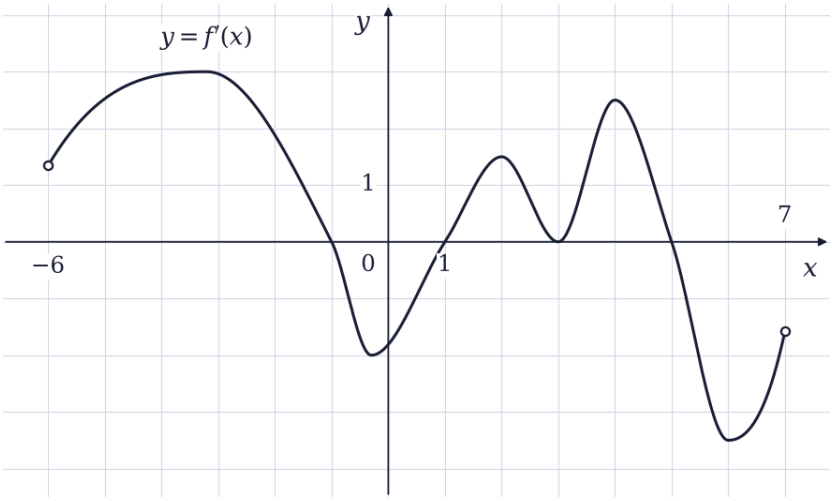
6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} = 9$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\log_{0,2} 3 - \log_{0,2} 15$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6;\ 7)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

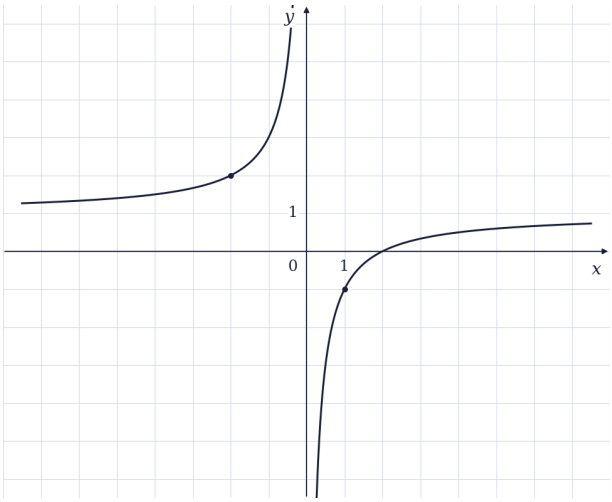
9 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 20t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 15 метров?

Ответ: _____.

10 Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 140 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x+a} + b$, где числа a, b и k — целые. Найдите значение $f(20)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наибольшее значение функции y = (x − 6)^3 − 147(x − 6) + 112 на отрезке [-8; 13].

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin(x - \pi) = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\ \dfrac{5\pi}{2}\right]$.

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна 8, а боковое ребро равно 3. Точка M — середина ребра AB.

а) Докажите, что прямая CM перпендикулярна плоскости ABB_1.

б) Найдите угол между прямой A_1C и плоскостью ABB_1.

15 Решите неравенство

$$\log_3^2 x - \log_3 x - 6 \geqslant 0.$$

16 Кредит 1 млн руб. на 5 лет (стандартная схема, долг уменьшается равномерно), r — целое. Найдите наименьшее r, при котором общая сумма выплат больше 1,5 млн руб. Стандартная схема: в начале каждого периода долг увеличивается на указанный процент; затем вносится платёж. В конце срока долг равен нулю.

17 Остроугольный треугольник ABC имеет стороны AB=13, AC=15, BC=14. Точки D∈AC и E∈AB — основания высот из B и C соответственно.
а) Докажите, что B,C,D,E лежат на одной окружности.
б) Найдите DE.

18 Найдите все значения a, при которых уравнение $2^x+2^{-x}=a$ имеет ровно два корня на отрезке $[-1;1]$.

19 Трёхзначное натуральное число, не оканчивающееся на 00, делят на сумму его цифр.
а) Может ли частное равняться 90?
б) Может ли частное равняться 88?
в) Каково наибольшее натуральное значение этого частного?