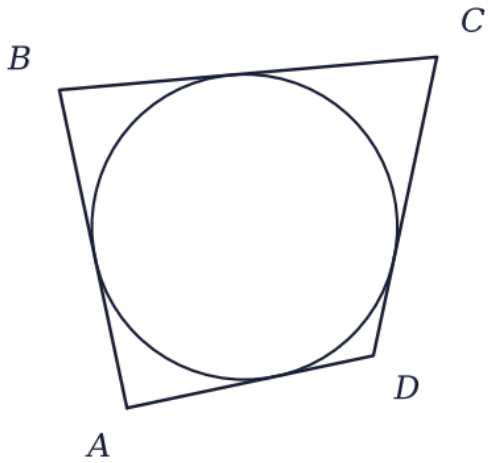
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 54, вписана окружность, $AB = 18$, $BC = 6$. Найдите CD.

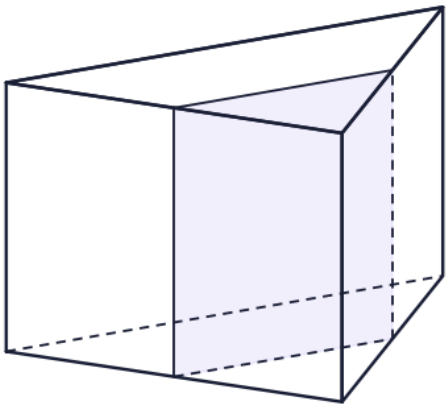


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(5;\ -5)$ и $\vec{b}\,(5;\ -6)$. Найдите длину вектора $3\vec{a} + \vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объём отсечённой треугольной призмы равен 64. Найдите объём исходной призмы.



Ответ: _____.

4 В среднем из 250 фонариков, поступивших в продажу, 3 неисправны. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля прибор исправен.

Ответ: _____.

5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

Ответ: _____.

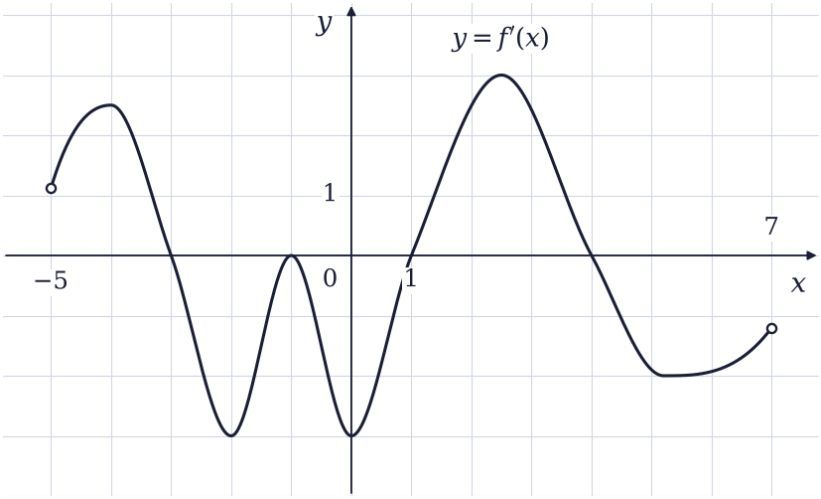
6 Найдите корень уравнения $\log_2(11-x)=3$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $12\operatorname{tg}53^\circ\cdot\operatorname{tg}143^\circ$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5;\ 7)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

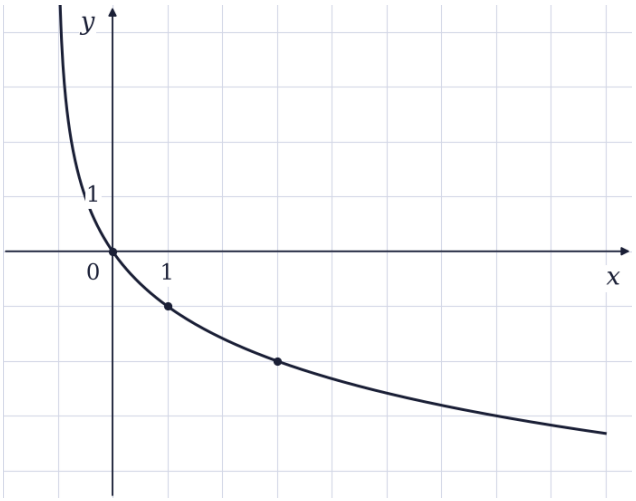
9 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 8 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 2 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 32$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \dfrac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1{,}2$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 38,4 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

10 Смешав 45-процентный и 70-процентный растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 50-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 90-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 68-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 45-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = -\log_a(x+b)$. Найдите $f(63)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции y = 7ln x − x + 109.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x + 2\cos(\pi + x) = -1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 6, боковое ребро равно 14.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости SAC.

б) Найдите угол между прямой SB и плоскостью SAC.

15 Решите неравенство

$$\frac{9^x - 4\cdot 3^{x+1} + 27}{\log_2(x+2)} \geqslant 0.$$

16 Кредит 3 млн руб. под 10 % (стандартная схема) гасится равными ежегодными платежами, каждый не больше 1 млн руб. Срок — целое число лет. Найдите наименьший срок.

Стандартная схема: в начале каждого периода долг увеличивается на указанный процент; затем вносится платёж. В конце срока долг равен нулю.

17 В треугольнике ABC углы B и C равны 70° и 50°. Биссектриса AI пересекает описанную окружность повторно в M; I — центр вписанной окружности. Радиус описанной окружности равен 10.

а) Докажите MB=MC=MI.

б) Найдите MI.

18 Найдите все значения a, при которых уравнение $|x-2|=a\,x^2$ имеет ровно три различных действительных корня.

19 Дробь называют суммой единичных дробей, если каждый числитель равен 1, а знаменатели — разные натуральные числа.

а) Представьте 33/100 такой суммой.

б) Представьте 15/91 такой суммой.

в) Найдите все пары натуральных $m \le n$, для которых $1/m+1/n=1/14$.