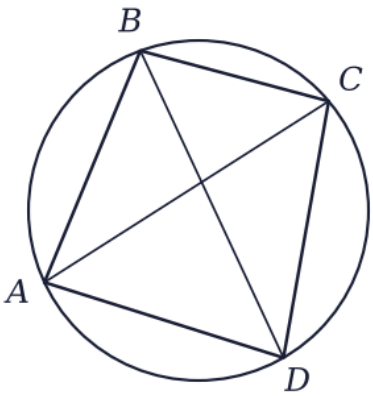
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 30°, угол CAD равен 58°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

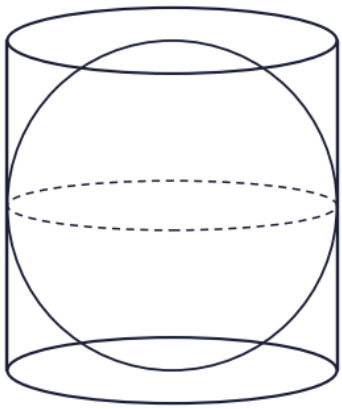


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(4;\ 3)$ и $\vec{b}\,(1;\ -3)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 В цилиндр вписан шар: шар касается обоих оснований цилиндра и его боковой поверхности. Объём цилиндра равен 99. Найдите объём шара.



Ответ: _____.

4 В коробке лежат 24 одинаковых на вид чайных пакетиков: 10 пакетиков с зелёным чаем, 8 — с белым, остальные — с чёрным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с чёрным чаем.

Ответ: _____.

5 Два стрелка независимо друг от друга делают по одному выстрелу по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,3, второго — 0,2. Найдите вероятность того, что в мишень попадёт ровно один стрелок.

Ответ: _____.

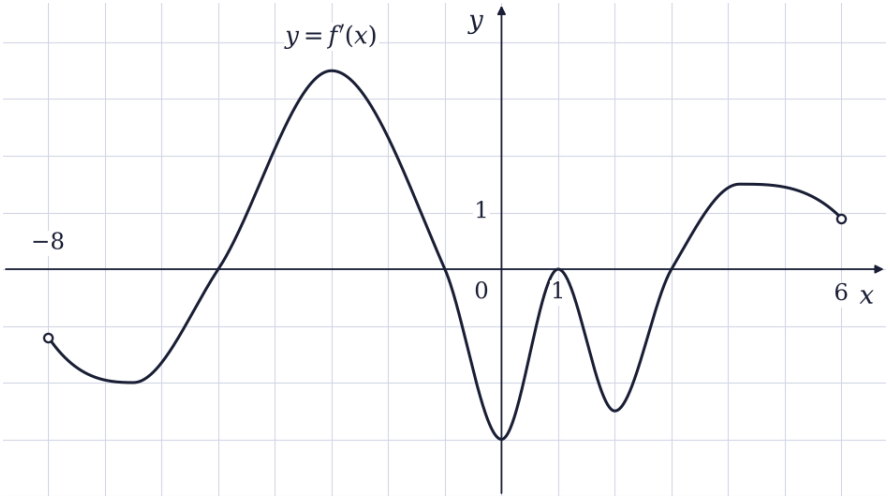
6 Найдите корень уравнения $\log_3(2x+9)=\log_3(x-5)+1$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $(\sqrt{192}-\sqrt{48})(\sqrt{192}+\sqrt{48})$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;\ 6)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

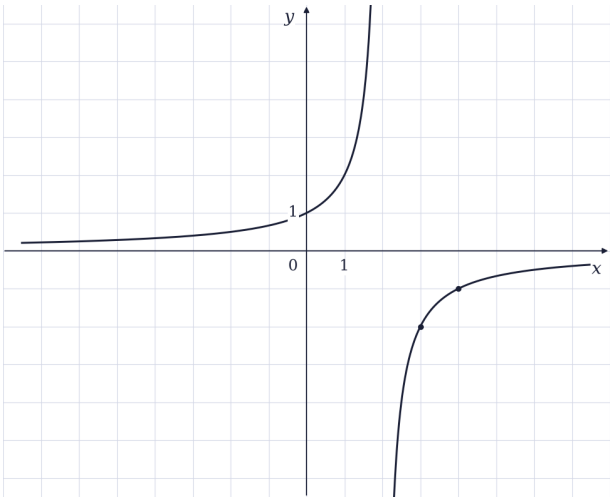
9 Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 25$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 5$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 52,5 метров. Ответ дайте в секундах.

Ответ: _____.

10 Смешав 5-процентный и 80-процентный растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 52-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 90-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 70-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 5-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x+a}$. Найдите значение $f(-8)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = x^2e^{7-x}$ на промежутке $(0; +\infty)$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin(x - \pi) = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{5\pi}{2};\ 4\pi\right]$.

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна 2, а боковое ребро равно 2. Точка M — середина ребра AB.

а) Докажите, что прямая CM перпендикулярна плоскости ABB_1.

б) Найдите угол между прямой A_1C и плоскостью ABB_1.

15 Решите неравенство

$$\log_3^2 x - 3\log_3 x \leqslant 0.$$

16 Нужно выпустить 60 изделий на двух заводах (на каждом t^2 часов работы дают t изделий). Час на первом заводе стоит 200 руб., на втором — 300 руб. Найдите наименьшие затраты на оплату труда.

17 В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов A и B пересекаются в точке K, лежащей на стороне CD.

а) Докажите, что $AB = 2AD$.

б) Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $AK = 15$, $BK = 8$.

18 Найдите все значения a, при которых уравнение $\cos(2x)+a\cdot\cos x=0$ имеет ровно два корня на отрезке $[0;\pi]$.

19 Квадратное уравнение $x^2-px+q=0$ имеет два натуральных корня; p и q тоже натуральные числа.

а) Найдите p, если q=5.

б) Возможно ли $p<10$ при $q>30$?

в) Найдите наименьшее p, при котором $q>30$ возможно.