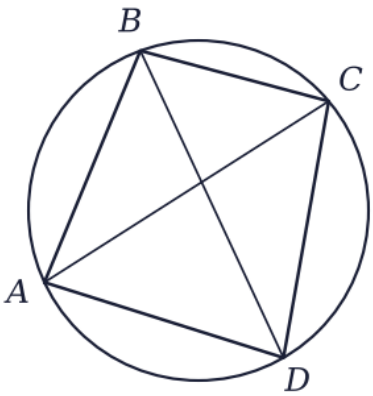
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 42°, угол CAD равен 37°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

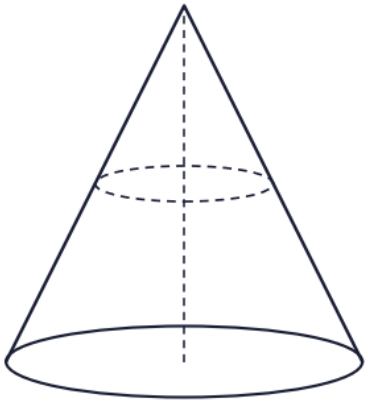


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(1;\ 3)$ и $\vec{b}\,(-6;\ -3)$. Найдите длину вектора $4\vec{a}+2\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Объём конуса равен 72. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса.



Ответ: _____.

4 В коробке лежат 40 одинаковых на вид чайных пакетиков: 14 пакетиков с зелёным чаем, 17 — с белым, остальные — с чёрным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с чёрным чаем.

Ответ: _____.

5 Два стрелка независимо друг от друга делают по одному выстрелу по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,2, второго — 0,6. Найдите вероятность того, что в мишень попадёт ровно один стрелок.

Ответ: _____.

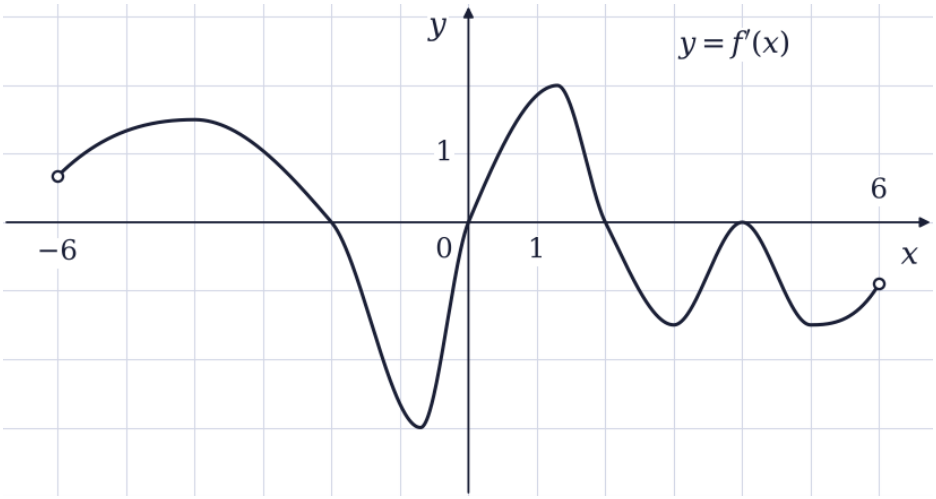
6 Найдите корень уравнения $\log_5(29-x)=2$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\log_3 45-\log_3 5$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6;\ 6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

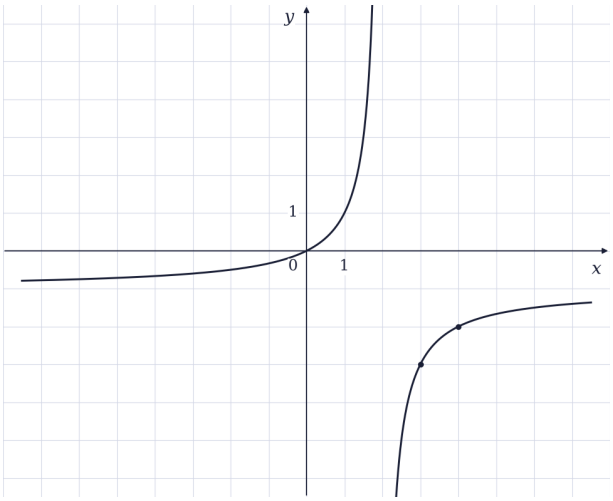
9 Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 10$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 2$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 16 метров. Ответ дайте в секундах.

Ответ: _____.

10 Смешав 10-процентный и 85-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 35-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 80-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 60-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 10-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x+a} + b$, где числа a, b и k — целые. Найдите значение $f(-8)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = (x-6)^3 - 147(x-6) + 100$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;\ -\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

14 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 16 на ребре CC_1 отмечена точка M так, что $CM : MC_1 = 1 : 3$.

а) Докажите, что плоскость BDM перпендикулярна плоскости ACC_1.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью BDM.

15 Решите неравенство

$$\log_3^2 x - 6\log_3 x + 8 \geqslant 0.$$

16 Картина стоит 900 тыс. руб., её цена каждый год растёт на 200 тыс. руб. Банк даёт 10 % годовых. Через сколько лет выгоднее всего продать картину и положить деньги в банк?

17 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH. Точки O_1 и O_2 — центры окружностей, вписанных в треугольники ACH и BCH соответственно.

а) Докажите, что $O_1O_2 = r\sqrt{2}$, где r — радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

б) Найдите O_1O_2, если $AC = 8$, $BC = 6$.

18 Найдите все значения a, при которых уравнение $|x^2-1|=a$ имеет ровно четыре различных действительных корня.

19 На столе лежат красные и синие карточки с попарно различными числами внутри каждого цвета. Все числа целые и больше −32; на красных написаны кратные 8, на синих — кратные 5. Наибольшее число на красной карточке равно утроенному количеству синих карточек; наибольшее синее число равно количеству красных карточек.

а) Может ли синих карточек быть одна?

б) Может ли их быть 40?

в) Каково их наибольшее возможное количество?