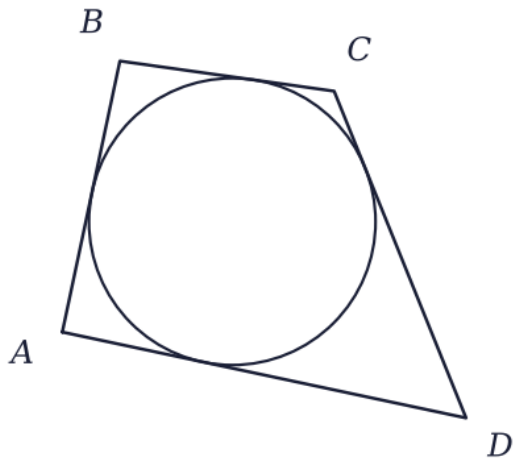
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 54, вписана окружность, $AB = 16$, $BC = 22$. Найдите CD.

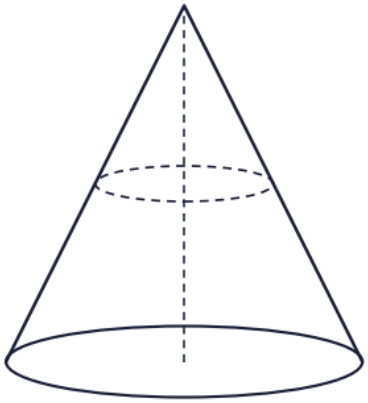


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(4;\ 4)$ и $\vec{b}\,(6;\ -4)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Через середину высоты конуса параллельно основанию проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Объём меньшего конуса равен 9. Найдите объём исходного конуса.



Ответ: _____.

4 В среднем из 1250 садовых насосов в продаже 38 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первые три мишени и не попадёт в последнюю.

Ответ: _____.

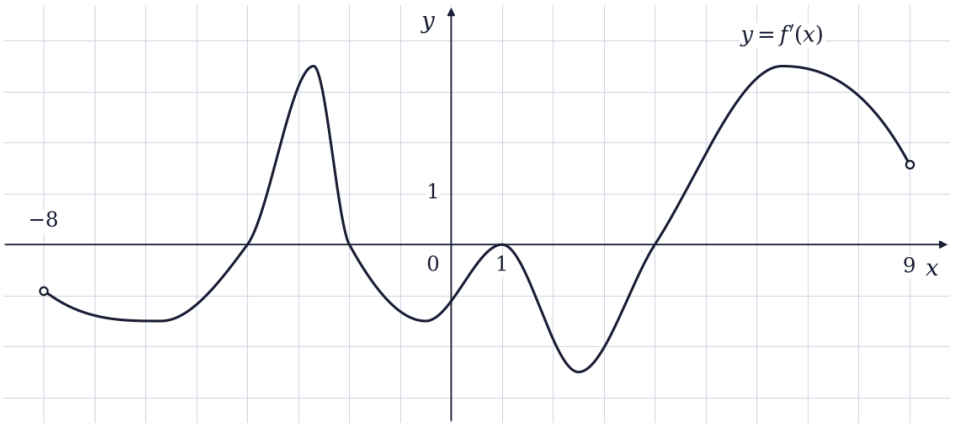
6 Найдите корень уравнения $\log_5(44-x)=2$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{6\sin 18^\circ}{\sin 9^\circ \cdot \sin 81^\circ}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;\ 9)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

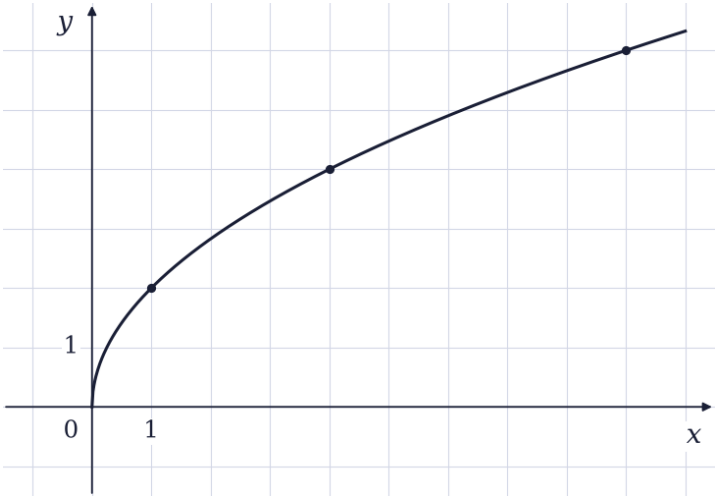
9 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 8 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 3 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 40$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \dfrac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1{,}2$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 86,4 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

10 Первая труба пропускает на 8 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 210 литров она заполняет на 16 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(81)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наибольшее значение функции $y = (x - 5)^3 - 108(x - 5) + 94$ на отрезке $[-7; 11]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x - 5\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$.

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна 12, а боковое ребро равно 8. Точка M — середина ребра AB.

а) Докажите, что прямая CM перпендикулярна плоскости ABB_1.

б) Найдите угол между прямой A_1C и плоскостью ABB_1.

15 Решите неравенство

$$\frac{9^x - 4\cdot 3^{x+1} + 27}{\log_3(x+4)} \leqslant 0.$$

16 На каждом из двух заводов, если рабочие суммарно трудятся t^2 часов в неделю, за неделю выпускается t изделий. Час работы на первом заводе стоит 500 руб., на втором — 300 руб. Бюджет на оплату труда 1 200 000 руб. в неделю. Какое наибольшее число изделий можно выпустить за неделю?

17 Две окружности с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке K. Прямая касается первой окружности в точке A, а второй — в точке B.

а) Докажите, что угол AKB прямой.

б) Найдите площадь треугольника AKB, если радиусы окружностей равны 36 и 64.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых функция f(x) = 2ax + $|x^2-8x+7|$ удовлетворяет условию f(x)>1 при всех действительных x.

19 На доске записаны двузначные натуральные числа; одинаковые числа разрешены. С каждым числом выполняют ровно одно действие: либо увеличивают цифру десятков на 2 и уменьшают цифру единиц на 5, либо уменьшают цифру десятков на 2 и увеличивают цифру единиц на 2. Полученные записи тоже двузначные.

а) Может ли общая сумма увеличиться на 128?

б) Может ли исходных чисел быть 25, если сумма после действий не изменилась?

в) Сумма после действий не изменилась, а исходная сумма меньше 1198. Найдите наибольшее возможное число исходных чисел.