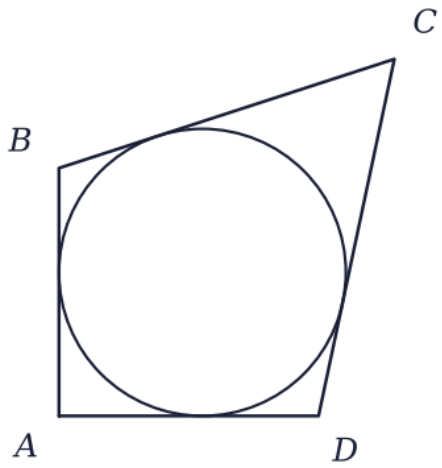
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 46, вписана окружность, $AB = 15$, $BC = 12$. Найдите CD.

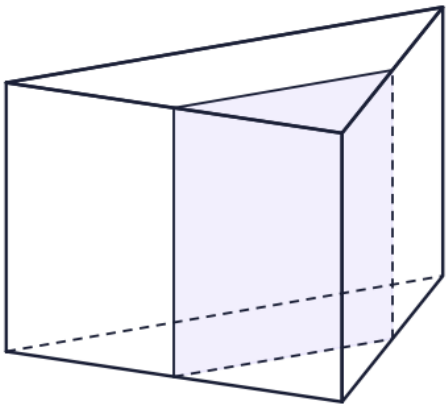


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(5;\ 2)$ и $\vec{b}\,(5;\ 4)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объём отсечённой треугольной призмы равен 36. Найдите объём исходной призмы.



Ответ: _____.

4 В сборнике билетов по истории всего 40 билетов, в 30 из них встречается вопрос по теме «Петровские реформы». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по этой теме.

Ответ: _____.

5 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стёкол, вторая — 30%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стёкол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____.

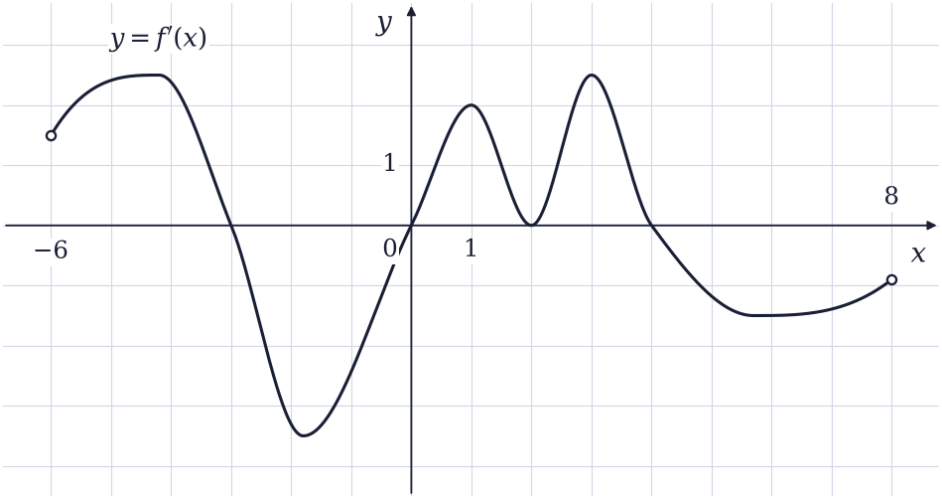
6 Найдите корень уравнения $\log_7(33-x)=1$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $3\operatorname{tg}18^\circ\cdot\operatorname{tg}108^\circ$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6;\ 8)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

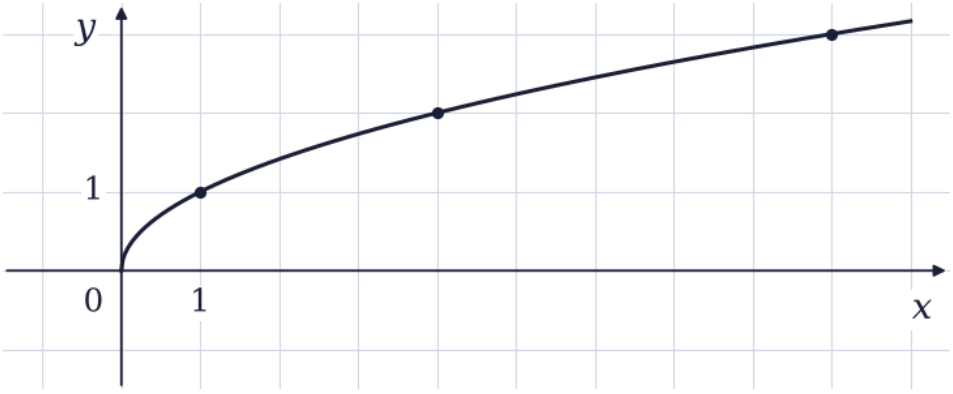
9 Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 18$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 6$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \dfrac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 15 метров. Ответ дайте в секундах.

Ответ: _____.

10 Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 96 литров она заполняет на 8 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(144)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции y = 6ln x − x + 91.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $2\cos^2 x + \sin(\pi - x) = -1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{\pi}{2};\ 2\pi\right]$.

14 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 16 на ребре CC_1 отмечена точка M так, что $CM : MC_1 = 3 : 1$.

а) Докажите, что плоскость BDM перпендикулярна плоскости ACC_1.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью BDM.

15 Решите неравенство

$$\frac{9^x - 4\cdot 3^{x+1} + 27}{\log_5(x+1)} \leqslant 0.$$

16 Кредит взят на 2 года под 25 % (стандартная схема). Первый платёж 1,5 млн руб., второй 2,5 млн руб. — кредит погашен. Найдите сумму кредита.

Стандартная схема: в начале каждого периода долг увеличивается на указанный процент; затем вносится платёж. В конце срока долг равен нулю.

17 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH. Точки O_1 и O_2 — центры окружностей, вписанных в треугольники ACH и BCH соответственно.

а) Докажите, что $O_1O_2 = r\sqrt{2}$, где r — радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

б) Найдите O_1O_2, если $AC = 45$, $BC = 24$.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\ln(4x-1)\cdot\sqrt{(x^2-6x+6a-a^2)} = 0$ имеет ровно один корень на [0; 1].

19 На доске написано 9 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое пяти наименьших из них равно 5, среднее арифметическое пяти наибольших равно 13.

а) Может ли наибольшее из этих чисел равняться 40?

б) Может ли среднее арифметическое всех чисел равняться 9?

в) Найдите наименьшее возможное значение среднего арифметического всех чисел.