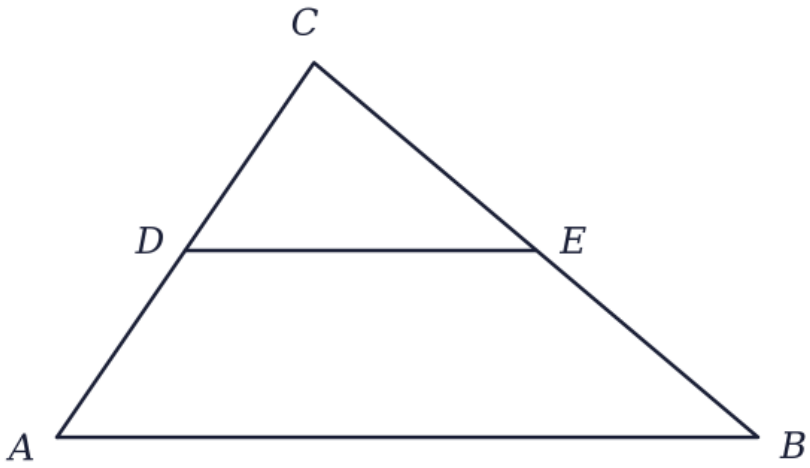
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 Площадь треугольника ABC равна 32, DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь трапеции $ABED$.

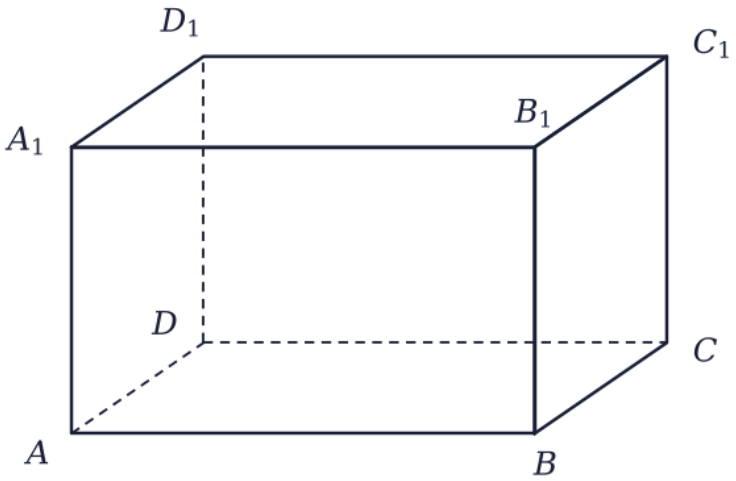


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(5;\ 4)$ и $\vec{b}\,(-5;\ 5)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 1$, $BC = 2$, $AA_1 = 2$. Найдите длину диагонали AC_1.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 7 спортсменов из Финляндии, 5 спортсменов из Дании и 12 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Ответ: _____.

5 Два стрелка независимо друг от друга делают по одному выстрелу по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,2, второго — 0,4. Найдите вероятность того, что в мишень попадёт ровно один стрелок.

Ответ: _____.

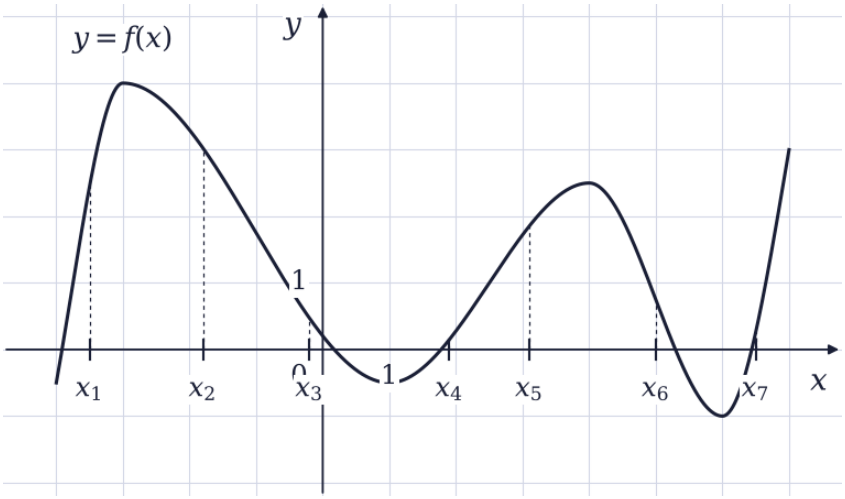
6 Найдите корень уравнения $\log_4(39 - x) = 1$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\log_{0,8} 20 - \log_{0,8} 25$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено 7 точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



Ответ: _____.

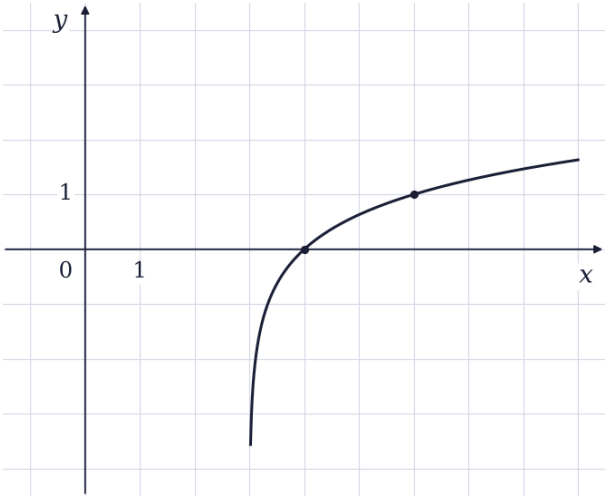
9 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 4 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \dfrac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1{,}2$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 9,6 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

10 Катер прошёл 57 км против течения реки и 10 км по течению, затратив на весь путь 7 часов. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите $f(30)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = x^2e^{6-x}$ на промежутке $(0; +\infty)$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x - 8\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 7$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 5, боковое ребро равно 10.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости SAC.

б) Найдите угол между прямой SB и плоскостью SAC.

15 Решите неравенство

$$\frac{4^x - 5\cdot 2^x + 4}{\log_3(x+4)} \geqslant 0.$$

16 Кредит 4 млн руб. на 3 года под 20 % (стандартная схема). Каждый июль долг вдвое меньше прошлогоднего, а в третий год гасится полностью. Найдите общую сумму выплат.

Стандартная схема: в начале каждого периода долг увеличивается на указанный процент; затем вносится платёж. В конце срока долг равен нулю.

17 Две окружности с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке K. Прямая касается первой окружности в точке A, а второй — в точке B.

а) Докажите, что угол AKB прямой.

б) Найдите площадь треугольника AKB, если радиусы окружностей равны 32 и 18.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение a|x−4| = 3/(x+2) имеет ровно два корня на [0; +∞).

19 На доске написано 10 различных натуральных чисел, их среднее арифметическое равно 12.

а) Может ли наибольшее из этих чисел равняться 50?

б) Может ли наименьшее из этих чисел равняться 8?

в) Найдите наибольшее возможное значение наибольшего из этих чисел.