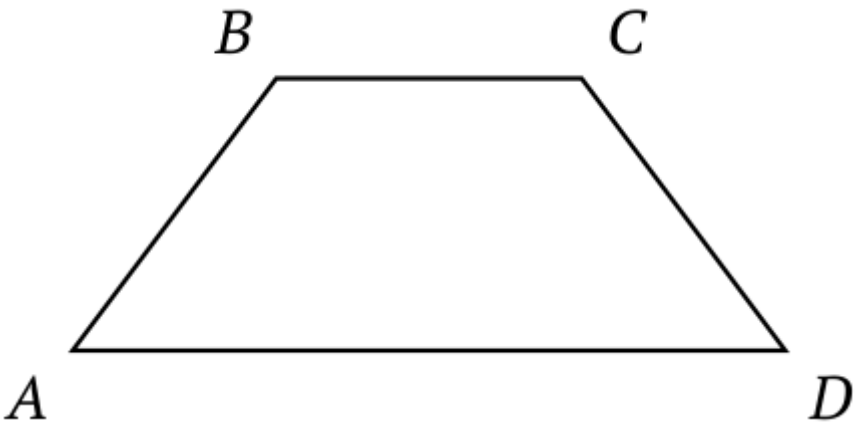
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 21 и 9 соответственно, а боковая сторона равна 10. Найдите площадь трапеции.

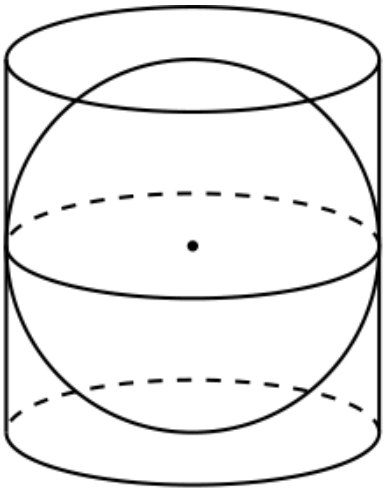


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(4;\ 1)$ и $\vec{b}\,(-2;\ 6)$. Найдите длину вектора $2\vec{a}+\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 В цилиндр вписан шар: шар касается обоих оснований цилиндра и его боковой поверхности. Площадь полной поверхности цилиндра равна 54. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

4 В коробке лежат 24 одинаковых на вид чайных пакетика: 9 пакетиков с зелёным чаем, 6 — с белым, остальные — с чёрным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с чёрным чаем.

Ответ: _____.

5 Камера на въезде в паркинг автоматически распознаёт номера автомобилей. Номер автомобиля оказывается чистым с вероятностью 0,85; чистый номер камера распознаёт с вероятностью 0,98. Загрязнённый номер камера распознаёт с вероятностью 0,6. Найдите вероятность того, что номер случайно выбранного въезжающего автомобиля будет распознан.

Ответ: _____.

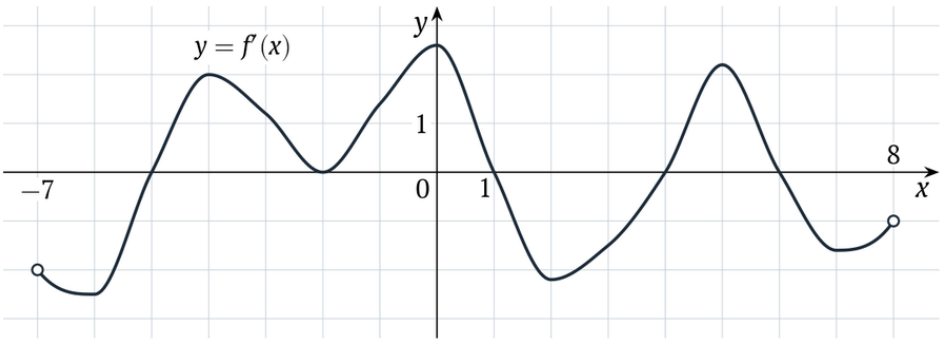
6 Найдите корень уравнения $\log_3(2x+5) = \log_3(x-1) + 2$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{\log_3 64}{\log_3 4} + 5^{\log_{25} 49}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7;\ 8)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6;\ 7]$.



Ответ: _____.

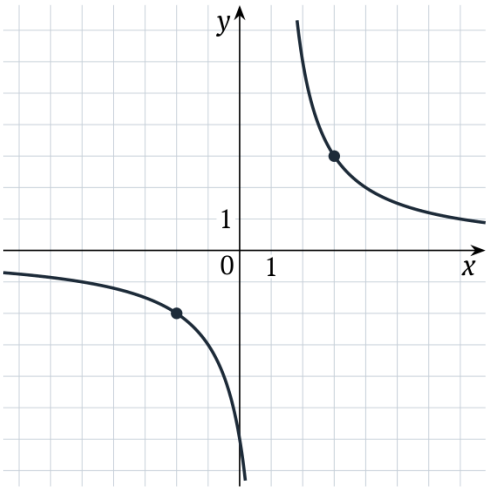
9 Масса радиоактивного изотопа в образце уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), t — время (в минутах), прошедшее от начального момента, T — период полураспада (в минутах). В начальный момент масса изотопа $m_0 = 160$ мг, период его полураспада $T = 12$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг?

Ответ: _____.

10 Катер прошёл 36 км против течения реки и 22 км по течению, затратив на весь путь 3 часа. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x+a}$. Найдите значение $f(-11)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции y = x + 36/x + 85 на отрезке [3; 18].

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $2\cos^2 x - 3\cos\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right) = 3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все рёбра равны 6. Точка K — середина ребра SC. Плоскость α проходит через точки A и K параллельно прямой BD.

а) Докажите, что плоскость α делит ребро SB в отношении $2:1$, считая от вершины S.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью α.

15 Решите неравенство

$$\frac{4^x-3\cdot 2^{x+1}+8}{\log_3(x+2)}\geqslant 0.$$

16 В июле 2027 года планируется взять кредит в банке на пять лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
— к июлю 2032 года кредит должен быть полностью погашен.
Сколько рублей планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1 690 000 рублей?

17 Точка H — точка пересечения высот остроугольного треугольника ABC.
а) Докажите, что радиусы окружностей, описанных около треугольников ABC и AHB, равны.
б) Найдите расстояние между центрами этих окружностей, если $AB=12$ и $\angle ACB=60^\circ$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$|x^2-2x-3|=x+a$$

имеет ровно два различных корня.

19 На доске написано несколько (не менее трёх) различных натуральных чисел. Их среднее арифметическое равно 30. Если стереть с доски наибольшее из этих чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 27. Если же в исходном наборе стереть наименьшее из написанных чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 31.
а) Может ли наименьшее из написанных чисел быть равным 10?
б) Может ли наибольшее из написанных чисел быть равным 100?
в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?