Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos A = \dfrac{5}{13}$, $AC = 10$. Найдите BC.

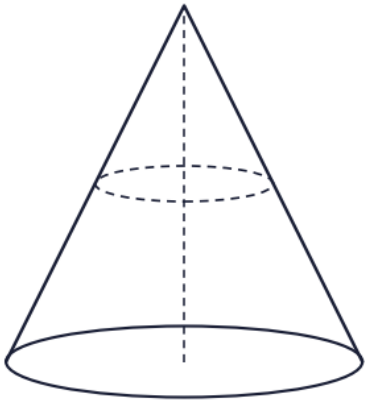


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(3;\ -3)$ и $\vec{b}\,(2;\ -2)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Через середину высоты конуса параллельно основанию проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Объём меньшего конуса равен 5. Найдите объём исходного конуса.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 12 спортсменов из Финляндии, 10 спортсменов из Дании и 10 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Ответ: _____.

5 Два стрелка независимо друг от друга делают по одному выстрелу по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,8, второго — 0,8. Найдите вероятность того, что в мишень попадёт ровно один стрелок.

Ответ: _____.

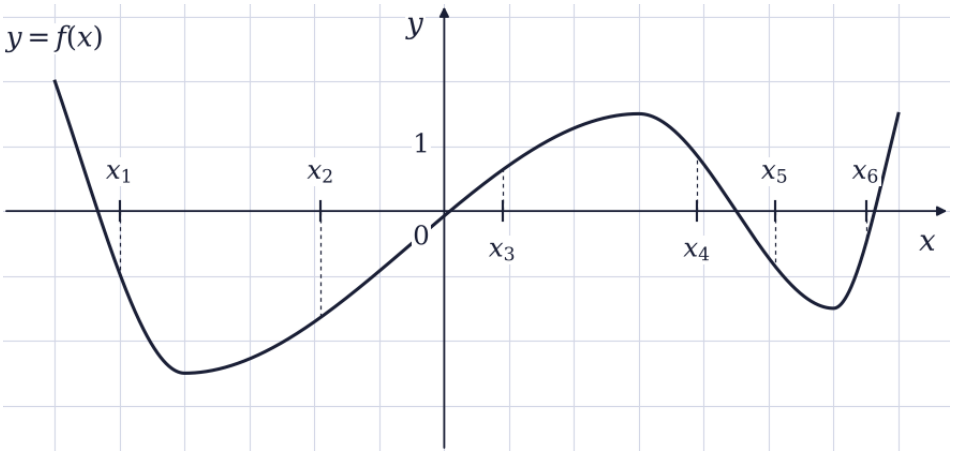
6 Решите уравнение $\sin\dfrac{\pi(x-1)}{6}=\dfrac{1}{2}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $4\operatorname{tg}7^\circ\cdot\operatorname{tg}97^\circ$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено 6 точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



Ответ: _____.

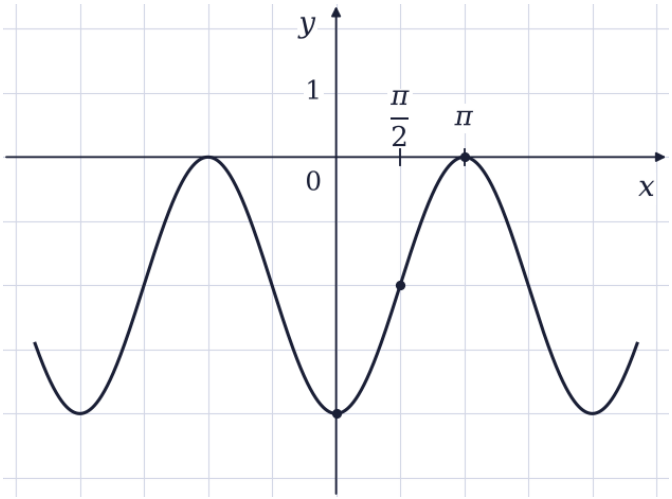
9 Мяч бросили с начальной скоростью $v_0 = 16$ м/с под острым углом α к горизонту. Наибольшая высота подъёма мяча вычисляется по формуле $H = \dfrac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ (м), где g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мяч поднимется на высоту не менее 3,2 м?

Ответ: _____.

10 Катер прошёл 23 км против течения реки и 51 км по течению, затратив на весь путь 8 часов. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 5 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = a\cos x + b$. Найдите $f\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = x^2e^{5-x}$ на промежутке $(0; +\infty)$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x - 3\cos(\pi - x) = 1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{\pi}{2};\ 2\pi\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 10, боковое ребро равно 14.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости SAC.

б) Найдите угол между прямой SB и плоскостью SAC.

15 Решите неравенство

$$\log_2^2 x - 3\log_2 x \leqslant 0.$$

16 В июле 2030 года планируется взять кредит в банке на 4 года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите сумму кредита, если общая сумма выплат по кредиту составит 3 547 500 рублей. Ответ дайте в рублях.

17 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH. Точки O_1 и O_2 — центры окружностей, вписанных в треугольники ACH и BCH соответственно.

а) Докажите, что $O_1O_2 = r\sqrt{2}$, где r — радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

б) Найдите O_1O_2, если $AC = 15$, $BC = 8$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|x^2 - x - 2\right| = x + a$$

имеет ровно 2 различных корня.

19 Четыре целых числа записаны в порядке возрастания, а их сумма равна 0.

а) Может ли последовательность быть (−3,−1,1,3)?

б) Может ли сумма трёх наименьших быть положительной?

в) Какой наименьшей может быть сумма квадратов четырёх попарно различных чисел?