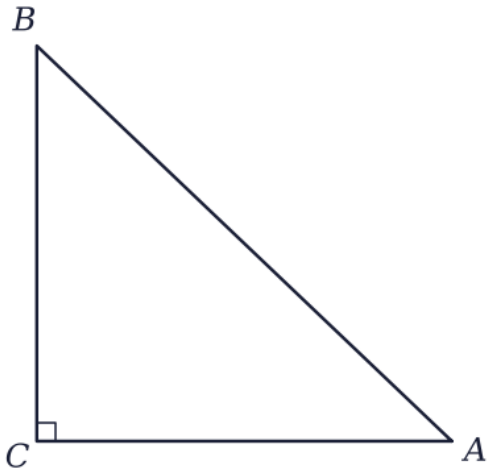
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = \dfrac{20}{29}$, $BC = 40$. Найдите AC.

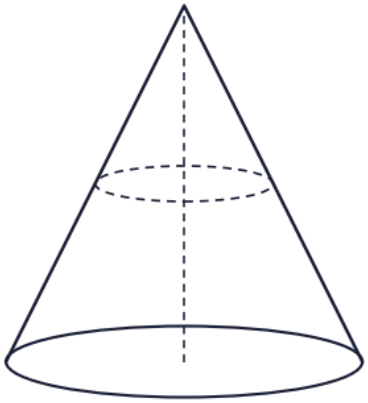


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(4;\ -3)$ и $\vec{b}\,(-4;\ -1)$. Найдите длину вектора $4\vec{a} - 2\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Объём конуса равен 224. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса.



Ответ: _____.

4 В сборнике билетов по физике всего 125 билетов, в 53 из них встречается вопрос по теме «Законы Ньютона». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по этой теме.

Ответ: _____.

5 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 50% этих стёкол, вторая — 50%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стёкол, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____.

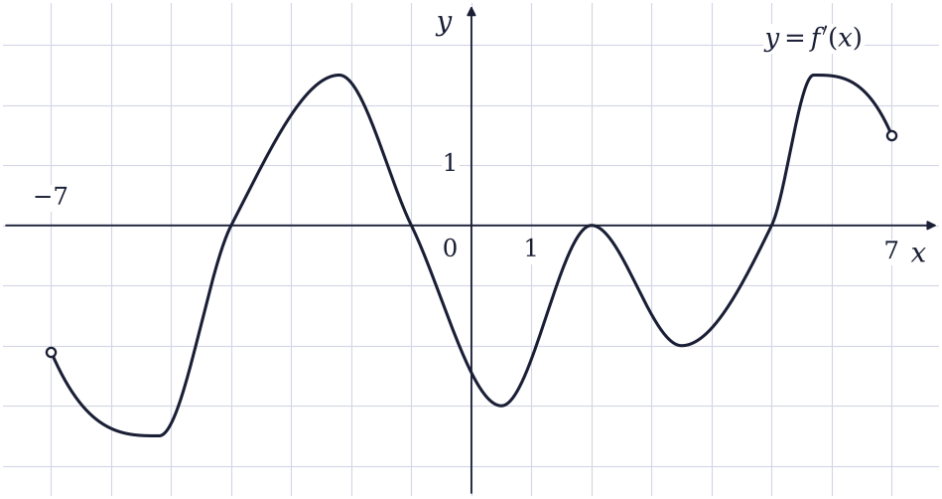
6 Решите уравнение $\operatorname{tg}\dfrac{\pi(x+4)}{4}=1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{18\sin 48^\circ}{\sin 24^\circ\cdot\sin 66^\circ}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7;\ 7)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

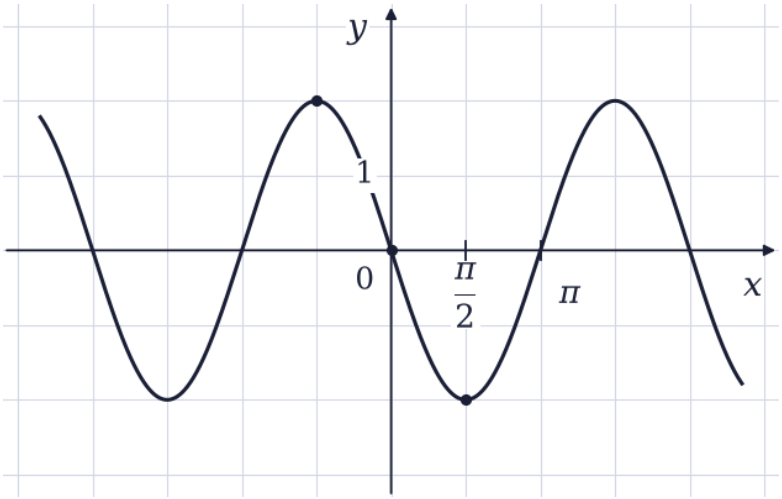
9 Мяч бросили под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мяч, вычисляется по формуле $L = \dfrac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha$ (м), где $v_0 = 28$ м/с — начальная скорость мяча, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мяч перелетит реку шириной 39,2 м?

Ответ: _____.

10 Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 90 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = a\sin x + b$. Найдите $f\left(\dfrac{7\pi}{6}\right)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции y = x + 25/x + 67 на отрезке [2,5; 15].

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $2\cos 2x - 4\cos\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right) = -1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi;\ \dfrac{\pi}{2}\right]$.

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна 16, а боковое ребро равно 15. Точка M — середина ребра AB.

а) Докажите, что прямая CM перпендикулярна плоскости ABB_1.

б) Найдите угол между прямой A_1C и плоскостью ABB_1.

15 Решите неравенство

$$\frac{9^x - 4\cdot 3^{x+1} + 27}{\log_2(x+4)} \geqslant 0.$$

16 Кредит 2 млн руб. на 2 года (стандартная схема, ставка r %). После первого платежа долг равен 1,2 млн руб., второй платёж гасит долг. Общая сумма выплат 2 640 000 руб. Найдите r.

Стандартная схема: в начале каждого периода долг увеличивается на указанный процент; затем вносится платёж. В конце срока долг равен нулю.

17 Две окружности с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке K. Прямая касается первой окружности в точке A, а второй — в точке B.

а) Докажите, что угол AKB прямой.

б) Найдите AK, если радиусы окружностей равны 36 и 64.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|x^2-6x+5\right|=-2x+a$$

имеет ровно 4 различных корня.

19 Положительные целые числа x, y, z в сумме дают 10.

а) Возможна ли тройка (1;1;8)?

б) Могут ли все три числа быть не меньше 4?

в) Сколько существует упорядоченных троек (x,y,z)?