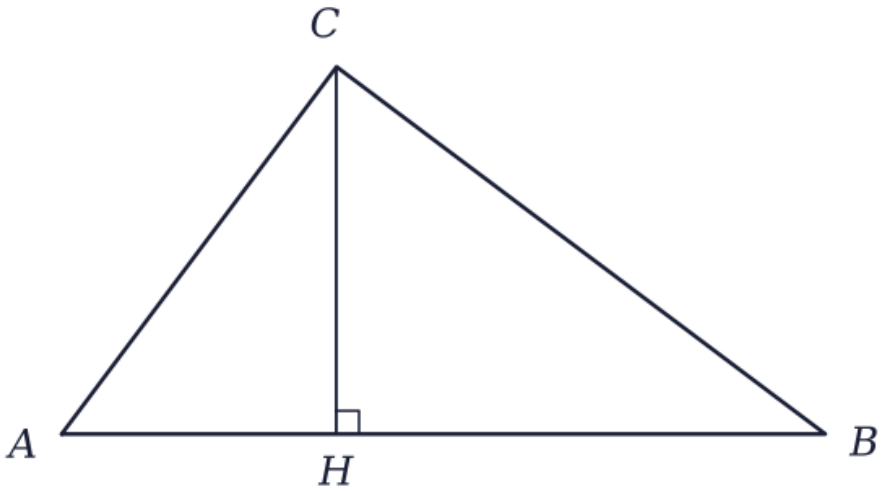
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH — высота, $AH = 9$, $BH = 16$. Найдите CH.

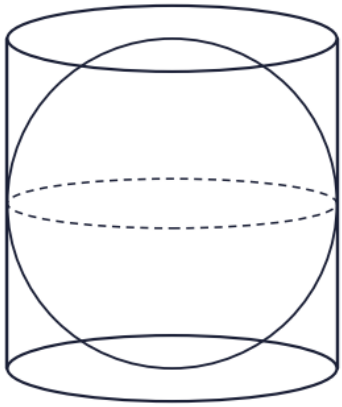


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(5;\ -3)$ и $\vec{b}\,(-2;\ 3)$. Найдите длину вектора $4\vec{a} - 2\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 В цилиндр вписан шар: шар касается обоих оснований цилиндра и его боковой поверхности. Объём цилиндра равен 66. Найдите объём шара.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 7 спортсменов из Финляндии, 11 спортсменов из Дании и 12 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Ответ: _____.

5 Два стрелка независимо друг от друга делают по одному выстрелу по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,2, второго — 0,2. Найдите вероятность того, что в мишень попадёт ровно один стрелок.

Ответ: _____.

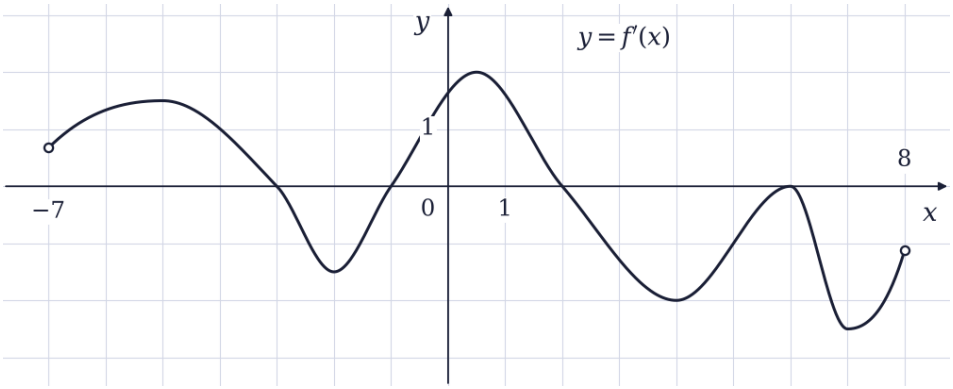
6 Найдите корень уравнения $3^{x+1} = 27$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $12\,\mathrm{tg}\,30^\circ \cdot \mathrm{tg}\,120^\circ$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7;\ 8)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

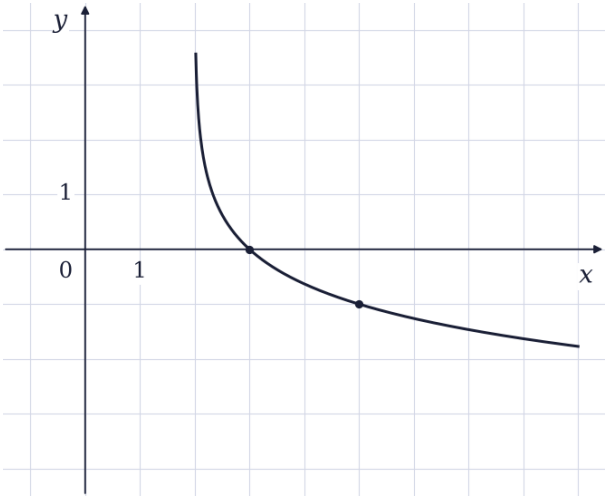
9 Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 18$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 2$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \dfrac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 32 метров. Ответ дайте в секундах.

Ответ: _____.

10 Смешав 5-процентный и 80-процентный растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 22-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 60-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 34-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 5-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = -\log_a(x+b)$. Найдите $f(83)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наибольшее значение функции $y = (x-3)^3 - 48(x-3) + 58$ на отрезке $[-5; 7]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x - 4\sin(x-\pi) = -5$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\ \dfrac{5\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 4, боковое ребро равно 13. Точка M — середина ребра SC.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости SAC.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью BDM.

15 Решите неравенство

$$\frac{4^x - 3\cdot 2^x + 2}{\log_5(x+4)} \geqslant 0.$$

16 Кредит S взят 15 января на 3 месяца, 1-го числа долг растёт на 2 %. Долг на 15-е число: 15.02 — 60 %, 15.03 — 30 %, 15.04 — 0 % от S. Последний платёж 612 000 руб. Найдите S.

17 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH. Точки O_1 и O_2 — центры окружностей, вписанных в треугольники ACH и BCH соответственно.

а) Докажите, что $O_1O_2 = r\sqrt{2}$, где r — радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

б) Найдите O_1O_2, если $AC = 8$, $BC = 15$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|x^2 + 5x + 4\right| = 2x + a$$

имеет ровно 2 различных корня.

19 Три различных натуральных числа имеют сумму 20.

а) Может ли их произведение равняться 280?

б) Может ли оно равняться 300?

в) Найдите наибольшее возможное произведение.