Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 36 и 12 соответственно, а боковая сторона равна 13. Найдите площадь трапеции.

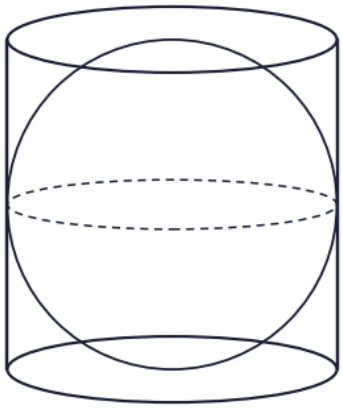


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(-2;\ 5)$ и $\vec{b}\,(-4;\ 5)$. Найдите длину вектора $2\vec{a}+\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 В цилиндр вписан шар: шар касается обоих оснований цилиндра и его боковой поверхности. Площадь полной поверхности цилиндра равна 93. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 7 спортсменов из Финляндии, 6 спортсменов из Дании и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Ответ: _____.

5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первые три мишени и не попадёт в последнюю.

Ответ: _____.

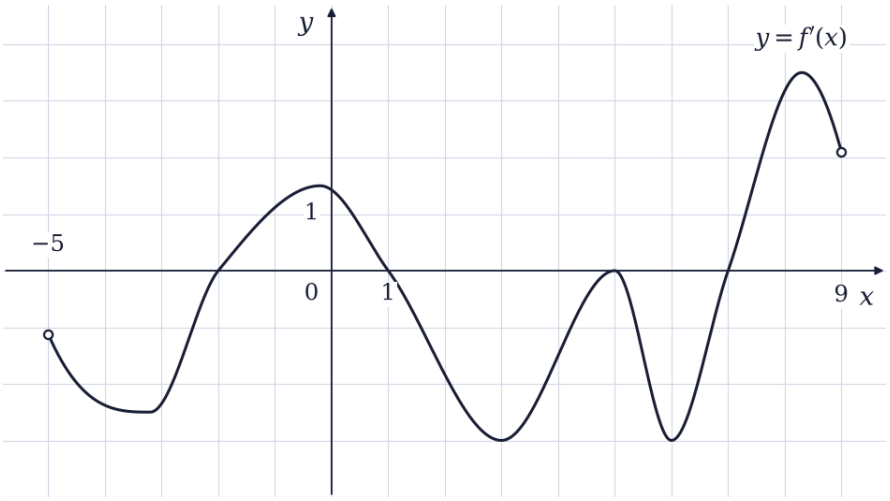
6 Найдите корень уравнения $5^{x-6} = 125$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{6\sin 38^\circ}{\sin 19^\circ \cdot \sin 71^\circ}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5;\ 9)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

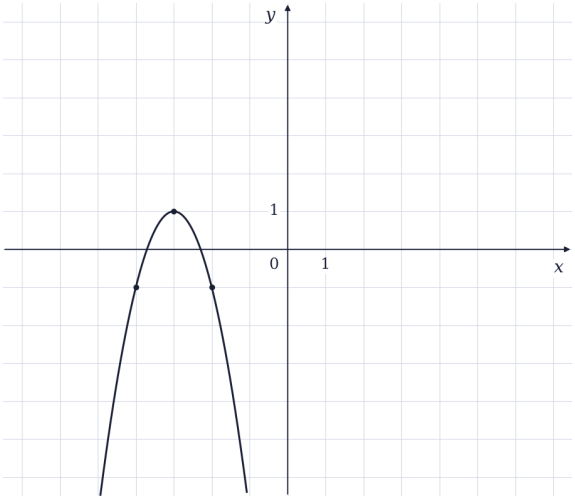
9 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 3 \cdot 10^{6}$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 12$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \dfrac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1{,}4$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 8,4 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

10 Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 180 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(10)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции y = 4ln x − x + 55.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x + 7\sin\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right) = -4$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 12, боковое ребро равно 10.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости SAC.

б) Найдите угол между прямой SB и плоскостью SAC.

15 Решите неравенство

$$\frac{9^x - 4\cdot 3^x + 3}{\log_2(x+4)} \geqslant 0.$$

16 15 января взят кредит 2 млн руб. (1-го числа долг растёт на r %, со 2-го по 14-е — платёж). Долг на 15-е число:

Дата	**15.01**	**15.02**	**15.03**	**15.04**	**15.05**	**15.06**
Долг, % от кредита	100	95	85	65	35	0

Общая сумма выплат 2 380 000 руб. Найдите r.

17 Две окружности с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке K. Прямая касается первой окружности в точке A, а второй — в точке B.

а) Докажите, что угол AKB прямой.

б) Найдите площадь треугольника AKB, если радиусы окружностей равны 64 и 36.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|x^2 + x - 2\right| = -x + a$$

имеет ровно 2 различных корня.

19 Из чисел 1,2,…,20 выбирают различные числа так, чтобы среди них не было двух с разностью 10.

а) Можно ли выбрать 10 чисел?

б) Можно ли выбрать 11 чисел?

в) Какое наибольшее число элементов может быть у такого набора?