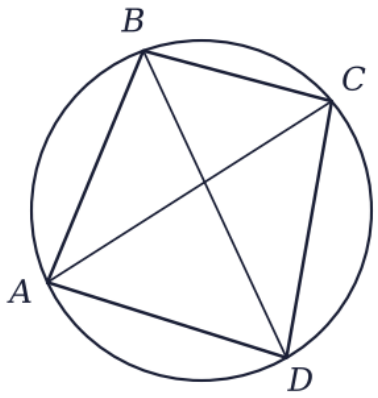
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 72°, угол CAD равен 45°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

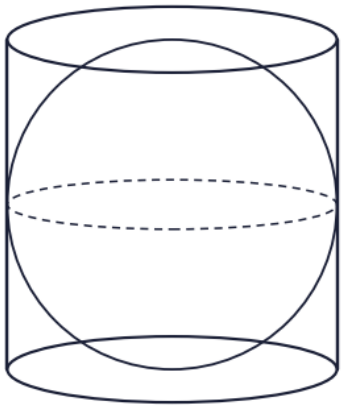


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(5;\ -3)$ и $\vec{b}\,(1;\ -6)$. Найдите длину вектора $\vec{a}-\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 В цилиндр вписан шар: шар касается обоих оснований цилиндра и его боковой поверхности. Площадь полной поверхности цилиндра равна 111. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

4 В среднем из 500 электрочайников, поступивших в продажу, 14 неисправны. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля прибор исправен.

Ответ: _____.

5 Два стрелка независимо друг от друга делают по одному выстрелу по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,7, второго — 0,7. Найдите вероятность того, что в мишень попадёт ровно один стрелок.

Ответ: _____.

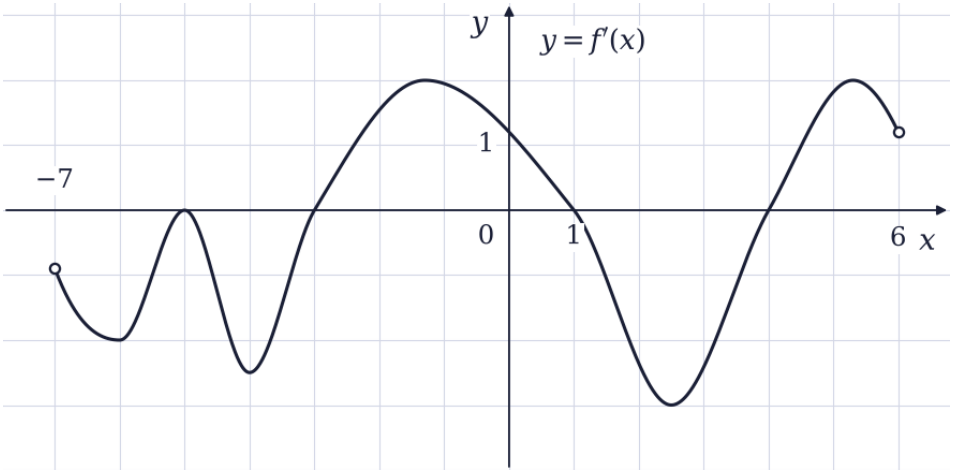
6 Найдите корень уравнения $\sqrt{140-7x}=7$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $27^{\log_3 5}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7;\ 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

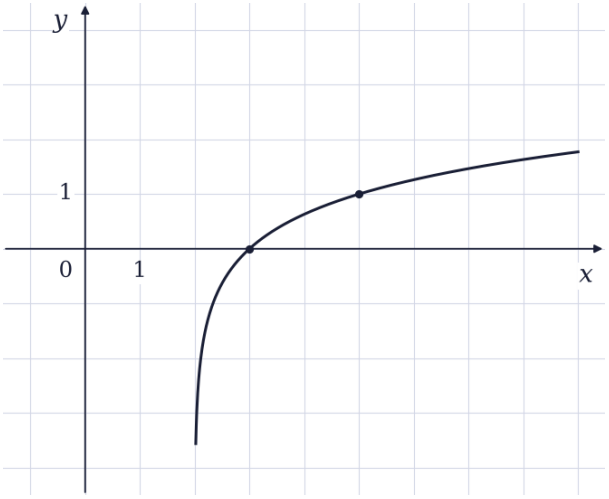
9 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 2 + 20t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 17 метров?

Ответ: _____.

10 Катер прошёл 13 км против течения реки и 57 км по течению, затратив на весь путь 4 часа. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите $f(83)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = x^2 e^{4-x}$ на промежутке $(0; +\infty)$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x - \sin(x - \pi) = 1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2};\ \pi\right]$.

14 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 10 на ребре CC_1 отмечена точка M так, что $CM : MC_1 = 3 : 2$.

а) Докажите, что плоскость BDM перпендикулярна плоскости ACC_1.

б) Найдите угол между плоскостью BDM и плоскостью $ABCD$.

15 Решите неравенство $\log_{|x+2|}(4 + 7x - 2x^2) \le 2$.

16 В июле 2032 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите сумму кредита, если общая сумма выплат по кредиту составит 646 000 рублей. Ответ дайте в рублях.

17 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1, BB_1 и CC_1, точка O — центр описанной окружности.

а) Докажите, что прямые AO и B_1C_1 перпендикулярны.

б) Найдите периметр треугольника $A_1B_1C_1$, если радиус описанной окружности треугольника ABC равен 5, а его площадь равна 30.

18 Найдите все a, при которых уравнение $x^2 - ax + 1 = 0$ имеет ровно два различных корня в интервале $(0;2)$.

19 Множество $\{1,2,\ldots,9\}$ разделяют на две части с одинаковой суммой; перед разделением разрешено удалить одно число.

а) Можно ли разделить множество без удаления?

б) Можно ли разделить его после удаления 9?

в) Какое наименьшее число можно удалить, чтобы разделение стало возможным?