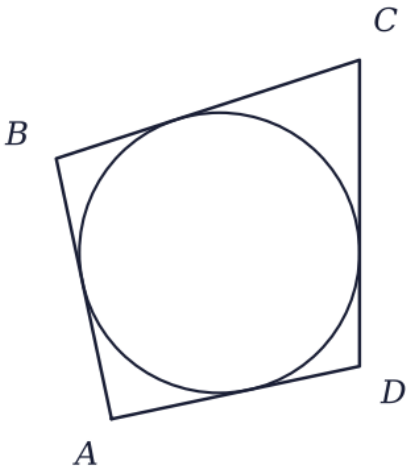
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 34, вписана окружность, $AB = 9$, $BC = 12$. Найдите CD.

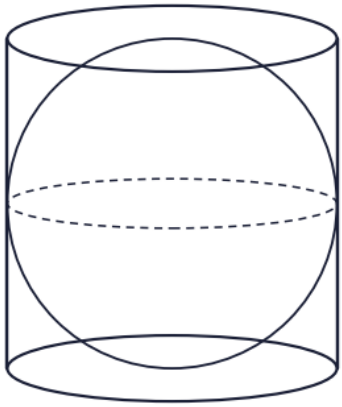


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(-5;\ -3)$ и $\vec{b}\,(-5;\ 3)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

3 В цилиндр вписан шар: шар касается обоих оснований цилиндра и его боковой поверхности. Объём цилиндра равен 18. Найдите объём шара.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 5 спортсменов из Финляндии, 12 спортсменов из Дании и 8 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Ответ: _____.

5 В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,1 для каждого автомата, автоматы работают независимо. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе закончится в обоих автоматах.

Ответ: _____.

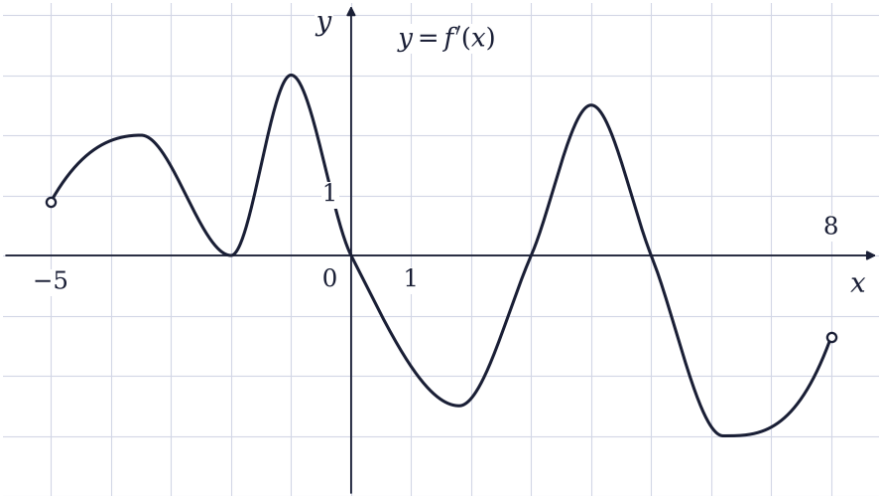
6 Найдите корень уравнения $6^{x+2} = 216$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $21 \operatorname{tg} 24^\circ \cdot \operatorname{tg} 114^\circ$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5;\ 8)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

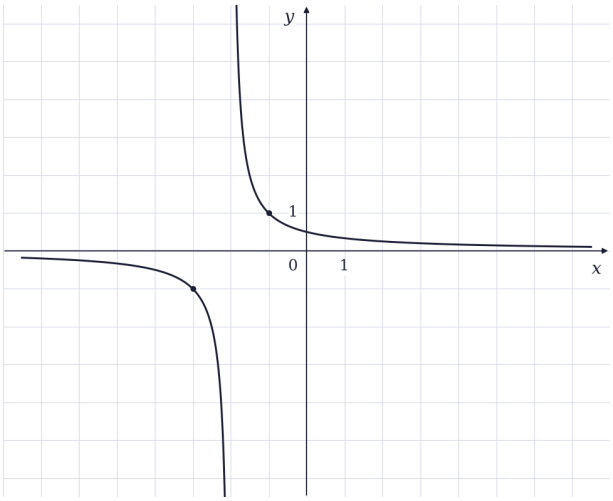
9 Масса радиоактивного изотопа в образце уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), t — время, прошедшее от начального момента (в минутах), T — период полураспада (в минутах). Начальная масса изотопа $m_0 = 640$ мг, период полураспада $T = 8$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равной 20 мг?

Ответ: _____.

10 Два велосипедиста одновременно отправились в 120-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 2 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x+a}$. Найдите значение $f(8)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции y = x + 16/x + 49 на отрезке [2; 12].

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x + 5\cos(\pi - x) = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi;\ \dfrac{9\pi}{2}\right]$.

14 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 30 на ребре CC_1 отмечена точка M так, что $CM : MC_1 = 2 : 3$.

а) Докажите, что плоскость BDM перпендикулярна плоскости ACC_1.

б) Найдите угол между плоскостью BDM и плоскостью $ABCD$.

15 Решите неравенство $\log_{2x}(x^2 - 5x + 6) < 1$.

16 В июле 2031 года планируется взять кредит в банке на сумму 1 290 000 рублей на 3 года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько рублей составит общая сумма выплат по кредиту?

17 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром O, его диагонали перпендикулярны и пересекаются в точке P.

а) Докажите, что прямая, проходящая через P перпендикулярно BC, делит сторону AD пополам.

б) Найдите расстояние от O до прямой AD, если $BC = 10$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|x^2 + 4x\right| = -x + a$$

имеет ровно 2 различных корня.

19 На доске 4×4 размещают ладьи так, чтобы ни две не били друг друга.

а) Можно ли разместить четыре ладьи?

б) Можно ли разместить пять ладей?

в) Сколько различных расстановок четырёх ладей существует?