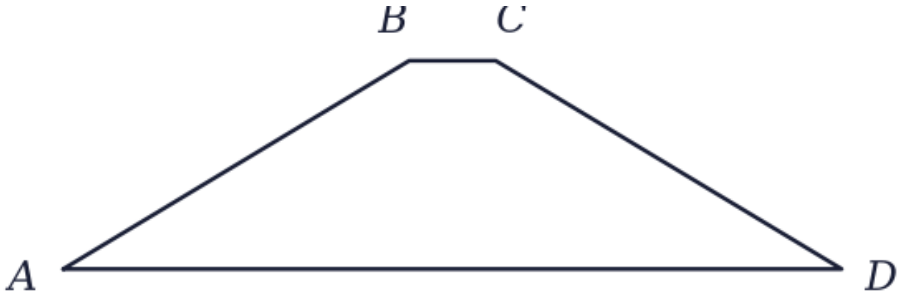
Часть 1

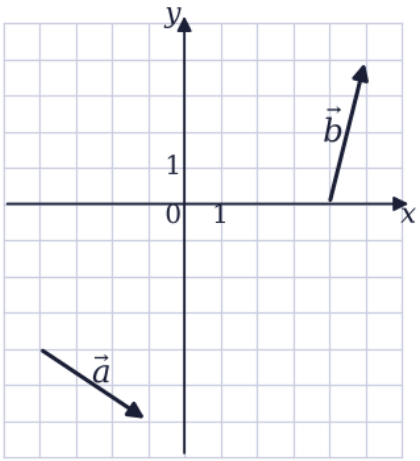
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 27 и 3 соответственно, а боковая сторона равна 13. Найдите площадь трапеции.



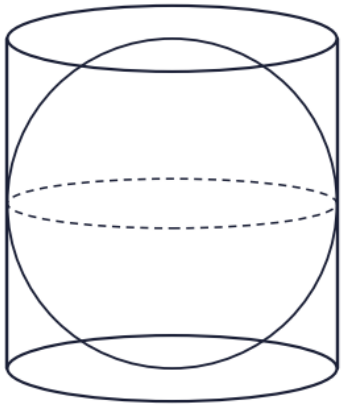
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.

3 В цилиндр вписан шар: шар касается обоих оснований цилиндра и его боковой поверхности. Объём цилиндра равен 69. Найдите объём шара.



Ответ: _____.

4 В коробке лежат 25 одинаковых на вид чайных пакетиков: 3 пакетика с зелёным чаем, 12 — с белым, остальные — с чёрным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с чёрным чаем.

Ответ: _____.

5 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 30% этих стёкол, вторая — 70%. Первая фабрика выпускает 5% бракованных стёкол, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____.

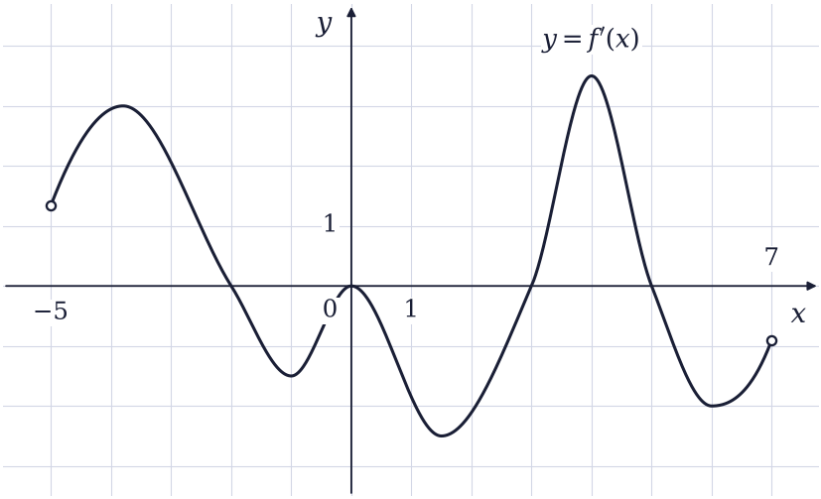
6 Найдите корень уравнения $\log_4(94-x)=3$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $49^{\log_7 3}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5;\ 7)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

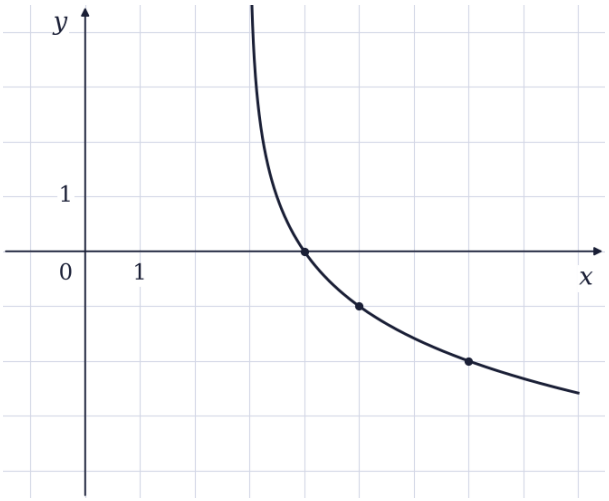
9 Масса радиоактивного изотопа в образце уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), t — время, прошедшее от начального момента (в минутах), T — период полураспада (в минутах). Начальная масса изотопа $m_0 = 640$ мг, период полураспада $T = 5$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равной 10 мг?

Ответ: _____.

10 Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 90 литров она заполняет на 20 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = -\log_a(x+b)$. Найдите $f(35)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = (x-3)^3 - 48(x-3) + 46$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $2\cos^2 x + 5\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 5$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 12 на ребре CC_1 отмечена точка M так, что $CM : MC_1 = 2 : 1$.

а) Докажите, что плоскость BDM перпендикулярна плоскости ACC_1.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью BDM.

15 Решите неравенство

$$\log_3^2 x - 4\log_3 x + 3 \geqslant 0.$$

16 Кредит 2,2 млн руб. на 3 года под 20 % (стандартная схема). В первый год платятся только проценты, а за следующие 2 года долг гасится двумя равными платежами. Найдите общую сумму выплат.

Стандартная схема: в начале каждого периода долг увеличивается на указанный процент; затем вносится платёж. В конце срока долг равен нулю.

17 Окружности с центрами O_1 и O_2 и радиусами 3 и 4 пересекаются в точках A и B. Через точку A проведена прямая, параллельная O_1O_2; она вторично пересекает окружности в точках C и D, A лежит между C и D.

а) Докажите, что $CD = 2\,O_1O_2$.

б) Найдите AB, если $CD = 10$.

18 Найдите все a, при которых уравнение $3^x+a\cdot 3^{-x}=2$ имеет ровно два различных действительных корня.

19 Из начала координат в точку (3;3) идут по клеткам, делая ровно шесть шагов: вправо или вверх.

а) Может ли число маршрутов, проходящих через (1;1), равняться 12?

б) Может ли оно равняться 13?

в) Сколько маршрутов не проходят через (1;1)?