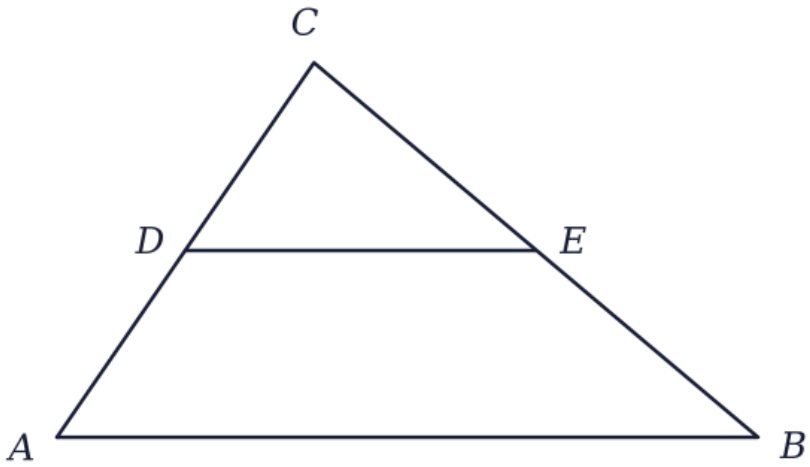
Часть 1

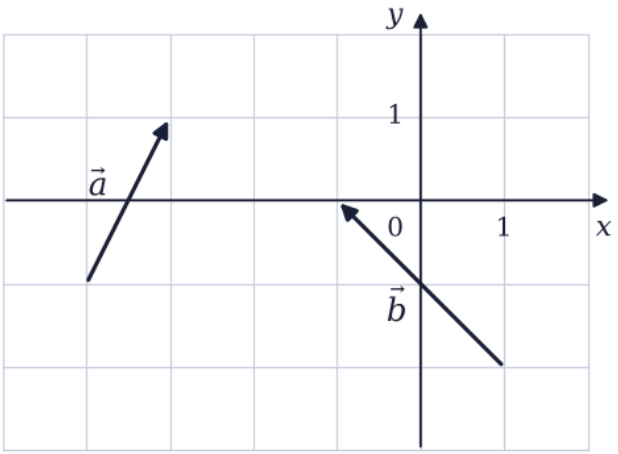
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 Площадь треугольника ABC равна 120, DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.



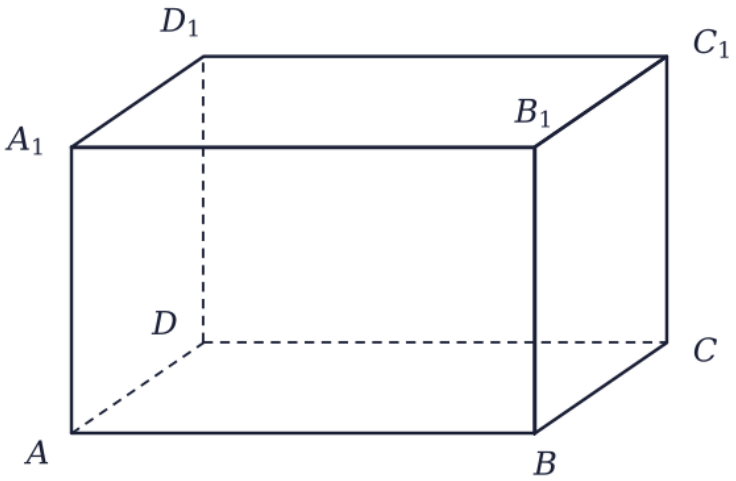
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.

3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 12$, $BC = 12$, $AA_1 = 1$. Найдите длину диагонали AC_1.



Ответ: _____.

4 В коробке лежат 32 одинаковых на вид чайных пакетиков: 16 пакетиков с зелёным чаем, 10 — с белым, остальные — с чёрным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с чёрным чаем.

Ответ: _____.

5 Два стрелка независимо друг от друга делают по одному выстрелу по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,6, второго — 0,3. Найдите вероятность того, что в мишень попадёт ровно один стрелок.

Ответ: _____.

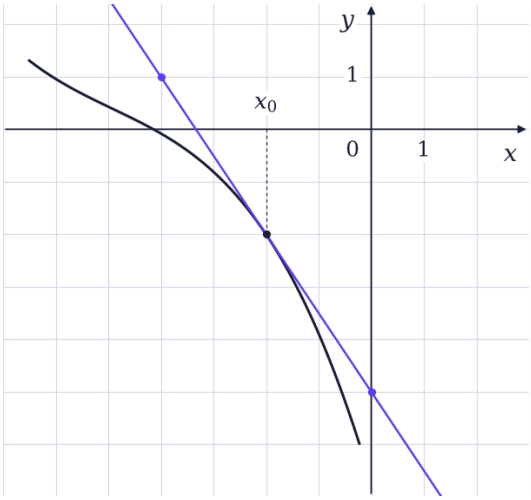
6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} = 4$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $9^{\log_3 7}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Ответ: _____.

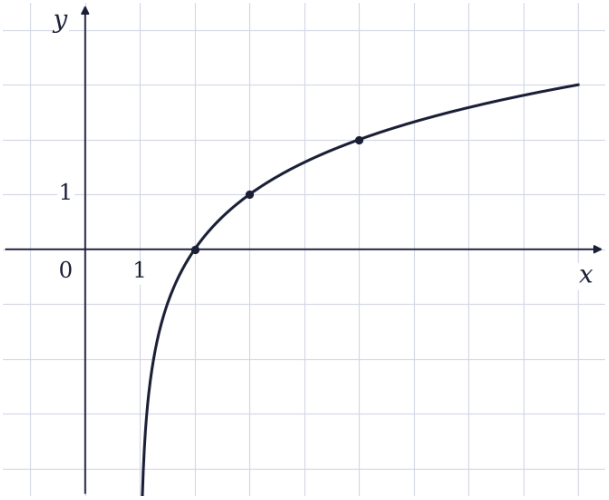
9 Масса радиоактивного изотопа в образце уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), t — время, прошедшее от начального момента (в минутах), T — период полураспада (в минутах). Начальная масса изотопа $m_0 = 120$ мг, период полураспада $T = 6$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равной 1,875 мг?

Ответ: _____.

10 Катер прошёл 55 км против течения реки и 38 км по течению, затратив на весь путь 7 часов. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите $f(65)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = (x - 3)^3 - 48(x - 3) + 43$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x + 5\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 4$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 3, боковое ребро равно 11. Точка M — середина ребра SC.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости SAC.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью BDM.

15 Решите неравенство

$$\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 \geqslant 0.$$

16 Кредит S на 4 года под 10 % (стандартная схема). Первые 3 года платятся только проценты, а в четвёртый год долг гасится полностью. Общая сумма выплат 2,8 млн руб. Найдите S.

Стандартная схема: в начале каждого периода долг увеличивается на указанный процент; затем вносится платёж. В конце срока долг равен нулю.

17 В равнобедренную трапецию с основаниями a и b вписана окружность.

а) Докажите, что высота трапеции равна $\sqrt{ab}$.

б) Найдите площадь трапеции, если её основания равны 2 и 8.

18 Найдите все a, при которых уравнение $\sqrt{x}+\sqrt{(4-x)}=a$ имеет ровно два различных корня.

19 Число n! оканчивается на определённое число нулей (n — натуральное).

а) Может ли 100! оканчиваться ровно на 24 нуля?

б) Существует ли n, для которого n! оканчивается ровно на 25 нулей?

в) Найдите наименьшее n, при котором n! имеет ровно 24 конечных нуля.