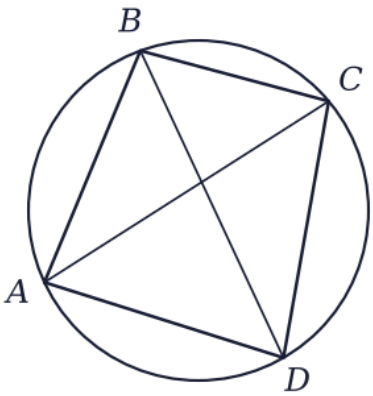
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 58°, угол CAD равен 69°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

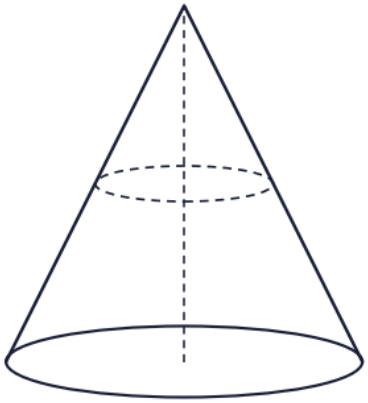


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(5;\,-3)$ и $\vec{b}\,(5;\,-6)$. Найдите длину вектора $\vec{a}+3\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Через середину высоты конуса параллельно основанию проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Объём меньшего конуса равен 20. Найдите объём исходного конуса.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 9 спортсменов из Финляндии, 4 спортсмена из Дании и 12 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Ответ: _____.

5 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стёкол, вторая — 30%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных стёкол, а вторая — 5%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____.

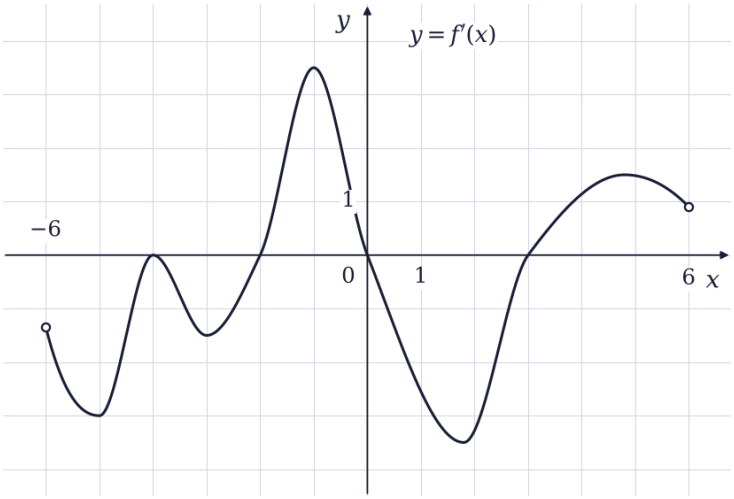
6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-6}=27$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\log_2 3-\log_2 24$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6;\ 6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

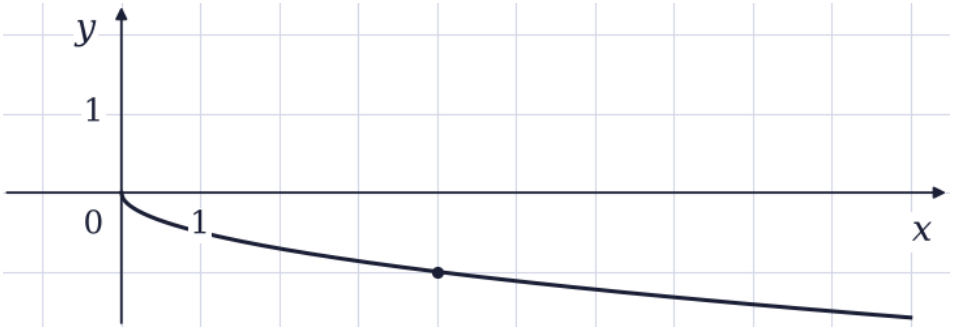
9 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 4 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 3 \cdot 10^{6}$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 24$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \dfrac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1{,}5$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 54 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

10 Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 120 литров она заполняет на 8 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(36)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = x^2e^{3-x}$ на промежутке $(0; +\infty)$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x - 4\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi;\ \frac{9\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 12, боковое ребро равно 14. Точка M — середина ребра SC.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости SAC.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью BDM.

15 Решите неравенство

$$\frac{4^x - 6\cdot 2^{x+1} + 32}{\log_5(x+4)} \leqslant 0.$$

16 Кредит 4 млн руб. на 4 года (стандартная схема, долг уменьшается равномерно), r — целое. Найдите наибольшее r, при котором каждый платёж не больше 2 млн руб. Стандартная схема: в начале каждого периода долг увеличивается на указанный процент; затем вносится платёж. В конце срока долг равен нулю.

17 Окружность проходит через вершины A и B треугольника ABC и пересекает стороны CA и CB в точках M и N соответственно.

а) Докажите, что треугольник CMN подобен треугольнику CBA.

б) Найдите MN, если $AB = 12, CA = 10, CB = 8, CM = 4$.

18 Найдите все a, при которых уравнение x+1/x=a имеет ровно два различных действительных корня.

19 Квадрат натурального числа не превосходит 1000.

а) Может ли он равняться 2025, если убрать ограничение 1000?

б) Может ли квадрат натурального числа равняться 2026?

в) Сколько положительных квадратов не превосходит 1000?