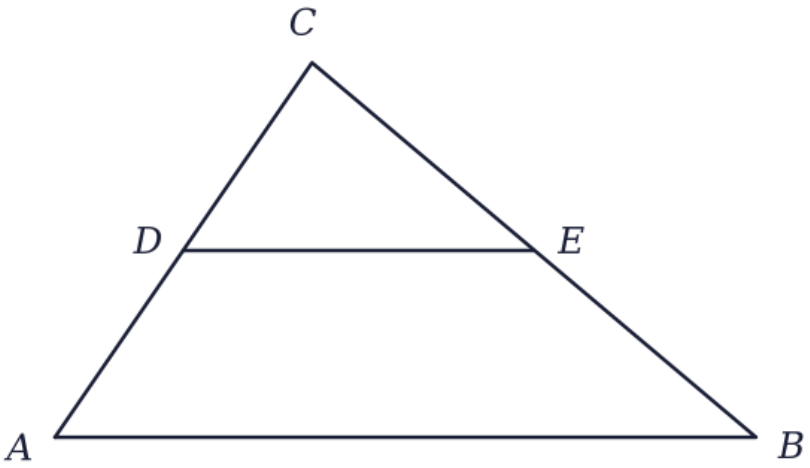
Часть 1

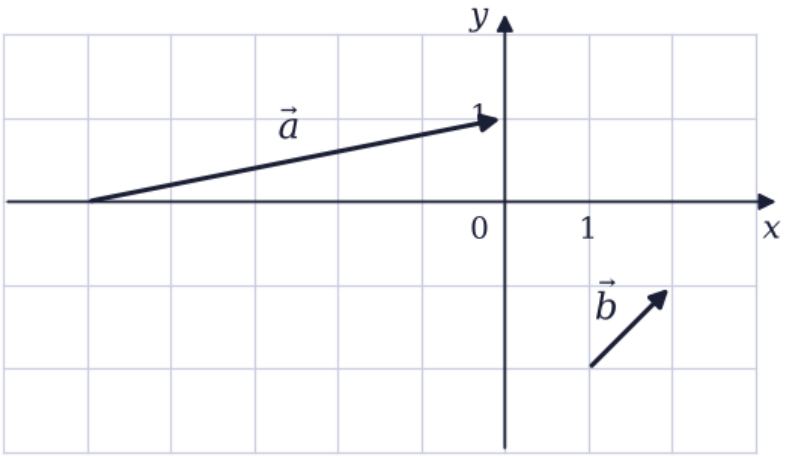
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 Площадь треугольника ABC равна 100, DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.



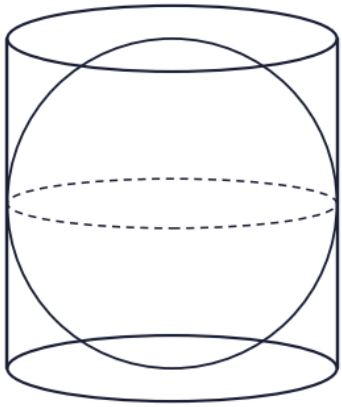
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.

3 В цилиндр вписан шар: шар касается обоих оснований цилиндра и его боковой поверхности. Объём цилиндра равен 21. Найдите объём шара.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Финляндии, 9 спортсменов из Дании и 12 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Ответ: _____.

5 В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Ответ: _____.

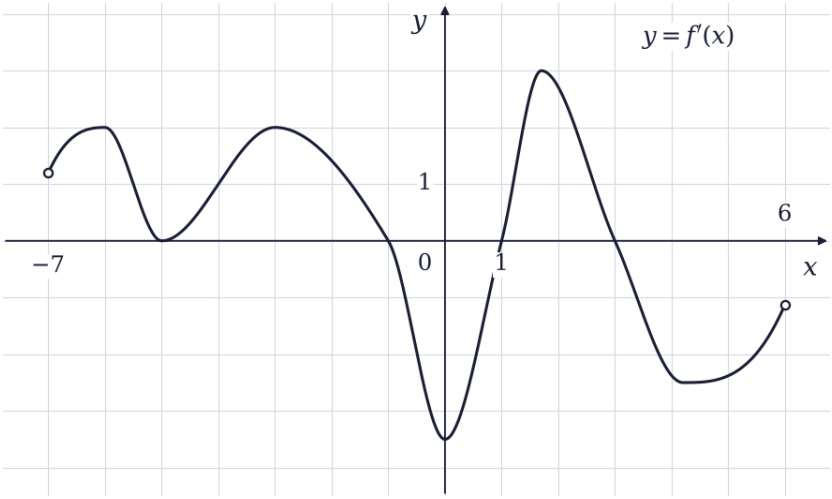
6 Найдите корень уравнения $\log_3(2x+5) = \log_3(x-3) + 1$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $2^{\log_4 36}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7;\ 6)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

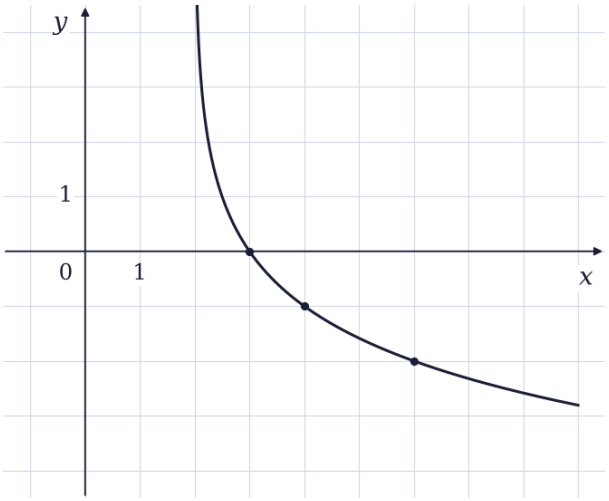
9 Масса радиоактивного изотопа в образце уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), t — время, прошедшее от начального момента (в минутах), T — период полураспада (в минутах). Начальная масса изотопа $m_0 = 120$ мг, период полураспада $T = 12$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равной 7,5 мг?

Ответ: _____.

10 Смешав 15-процентный и 70-процентный растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 18-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 60-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 28-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 15-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = -\log_a(x+b)$. Найдите $f(66)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции y = x + 9/x + 31 на отрезке [1,5; 9].

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x + 3\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$.

14 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 8 на ребре CC_1 отмечена точка M так, что $CM : MC_1 = 3 : 1$.

а) Докажите, что плоскость BDM перпендикулярна плоскости ACC_1.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью BDM.

15 Решите неравенство $\dfrac{8^x - 3\cdot 4^{x+1} + 3\cdot 2^{x+4} - 64}{x^2 - 4x + 4} \geq 0$.

16 Кредит 6 млн руб. на 3 года под 20 % (стандартная схема), долг каждый июль уменьшается на одну и ту же величину. Найдите второй платёж.

Стандартная схема: в начале каждого периода долг увеличивается на указанный процент; затем вносится платёж. В конце срока долг равен нулю.

17 Биссектриса угла A треугольника ABC пересекает описанную около него окружность в точке W, I — центр вписанной окружности.

а) Докажите, что $WB = WI$.

б) Найдите WI, если $BC = 8$ и $\angle BAC = 120^\circ$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|x^2 - 3x\right| = x + a$$

имеет ровно 4 различных корня.

19 С шахматной доски 8×8 убрали две клетки и хотят покрыть остальные домино 1×2.

а) Можно ли покрыть доску, если убрали два противоположных угла?

б) Можно ли покрыть доску, если убрали две соседние клетки в левом верхнем углу?

в) Какое наибольшее число домино можно разместить после удаления двух противоположных углов?