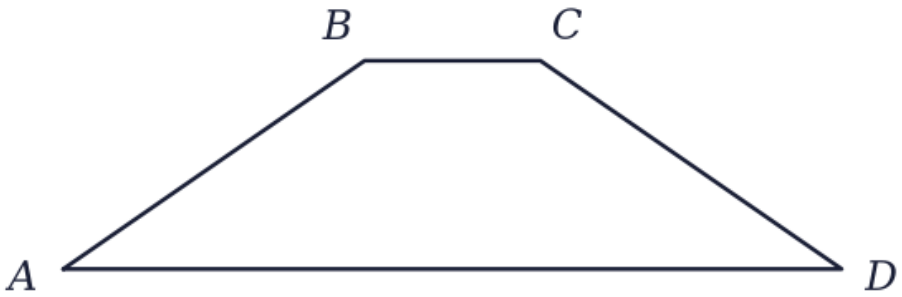
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 31 и 7 соответственно, а боковая сторона равна 13. Найдите площадь трапеции.

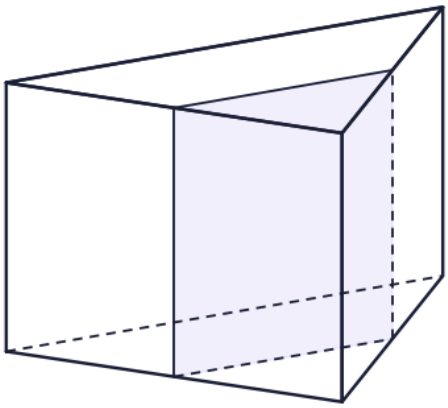


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(-2;\ 3)$ и $\vec{b}\,(3;\ -6)$. Найдите длину вектора $\vec{a}-2\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 18. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

4 В коробке лежат 50 одинаковых на вид чайных пакетиков: 19 пакетиков с зелёным чаем, 29 — с белым, остальные — с чёрным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с чёрным чаем.

Ответ: _____.

5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первые три мишени и не попадёт в последнюю.

Ответ: _____.

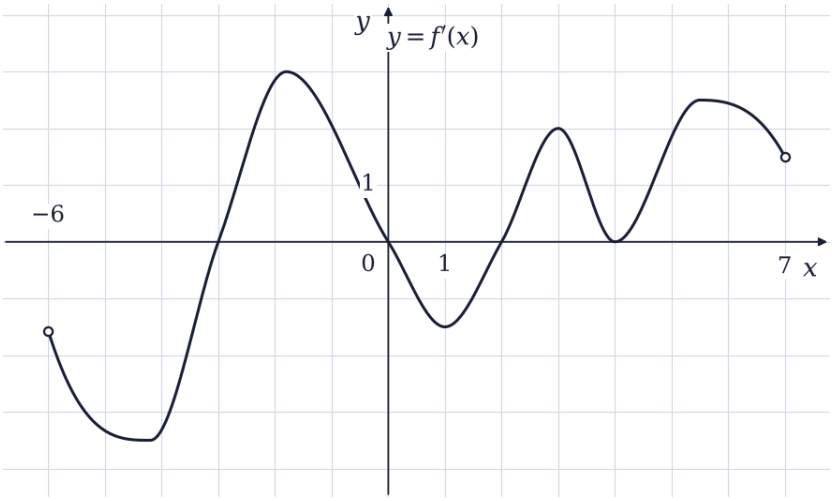
6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-5} = 27$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\log_{0,5} 8 - \log_{0,5} 32$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6;\ 7)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

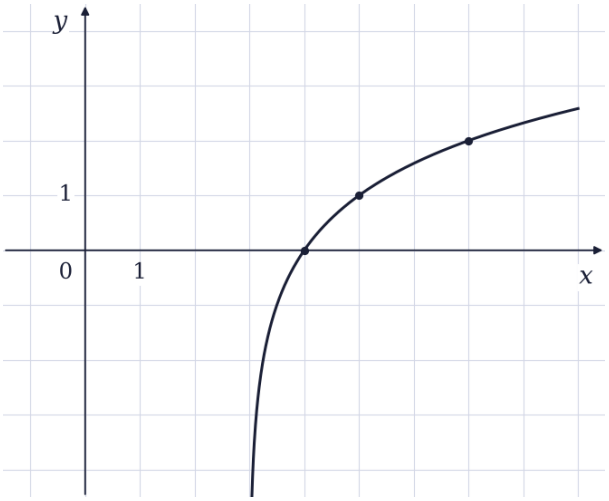
9 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 5 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^{6}$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 32$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \dfrac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0{,}7$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 35 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

10 Два велосипедиста одновременно отправились в 80-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 2 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите $f(11)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = (x - 2)^3 - 27(x - 2) + 25$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 4, боковое ребро равно 8.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости SAC.

б) Найдите угол между прямой SB и плоскостью SAC.

15 Решите неравенство $\frac{2^x - 8}{x^2 - 1} \leq 0$.

16 В июле 2030 года планируется взять кредит 240 000 рублей в банке на 2 года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 50% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен 2 равными платежами?

17 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH. Точки O_1 и O_2 — центры окружностей, вписанных в треугольники ACH и BCH соответственно.

а) Докажите, что $O_1O_2 = r\sqrt{2}$, где r — радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

б) Найдите O_1O_2, если $AC = 9$, $BC = 12$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|x^2 - 6x\right| = 2x + a$$

имеет ровно 4 различных корня.

19 Число 100 представляют суммой одного или нескольких последовательных натуральных чисел.

а) Возможна ли сумма четырёх чисел?

б) Возможна ли сумма пяти чисел?

в) Сколько всего таких представлений?