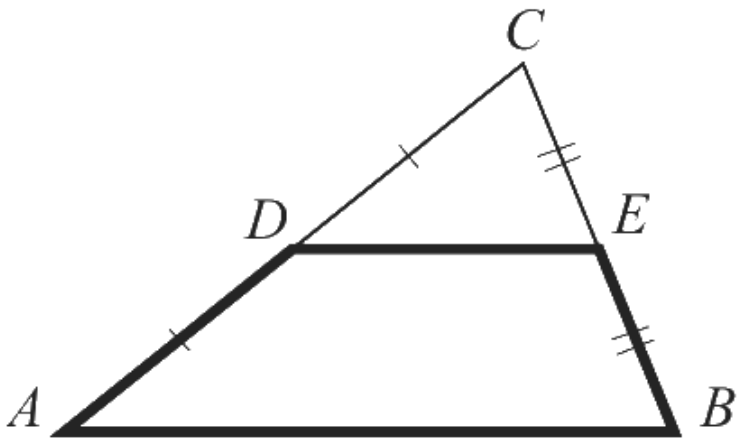
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 Площадь треугольника ABC равна 60, DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь трапеции $ABED$.

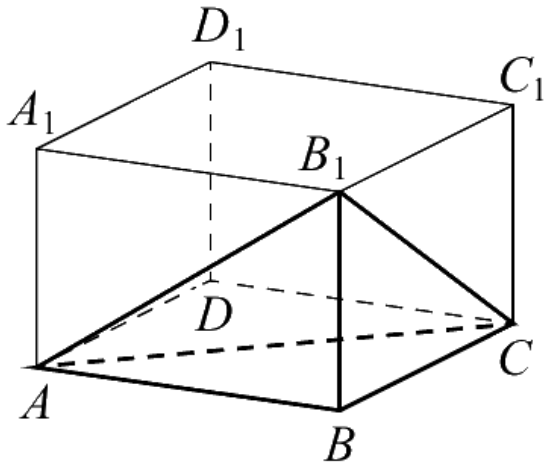


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(2;\ 2)$ и $\vec{b}\,(2;\ -2)$. Найдите длину вектора $7\vec{a}+\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 9$, $BC = 6$, $AA_1 = 5$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1.



Ответ: _____.

4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19 включительно.

Ответ: _____.

5 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,2. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,05. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: _____.

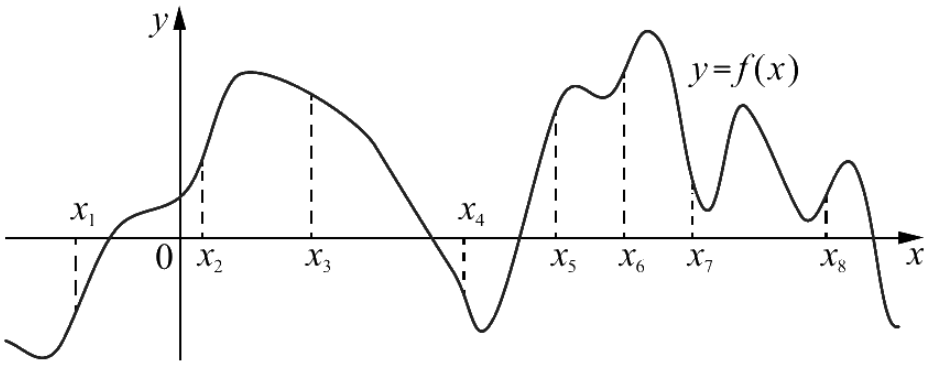
6 Найдите корень уравнения $\sqrt{99 - 7x} = 6$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\log_{0,6} 50 - \log_{0,6} 18$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8. Найдите количество отмеченных точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

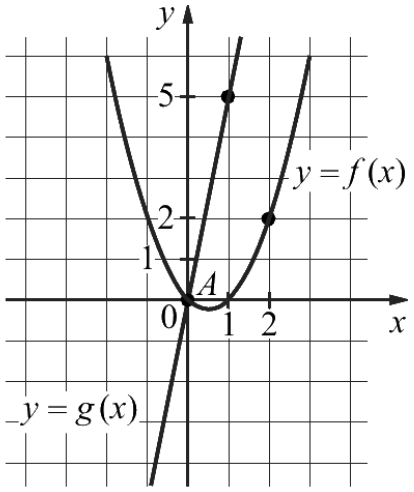
9 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 8 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 56$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (в киловольтах) за время (в секундах), определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \dfrac{U_0}{U}$, где $\alpha = 1{,}5$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 180 секунд. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

10 Смешав 45%-й и 97%-й растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62%-й раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50%-го раствора той же кислоты, то получили бы 72%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 45%-го раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = (x - 1)^3 - 12(x - 1) + 10$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите номер задания и полное обоснованное решение с ответом.

13 а) Решите уравнение $4\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 2\sqrt{2}\cos(\pi - x) = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{17\pi}{2};\ 10\pi\right]$.

14 В правильном тетраэдре $ABCD$ все рёбра равны 6. На рёбрах AB и AD отмечены точки M и K соответственно так, что $AM = AK = 4$.

а) Докажите, что плоскость CMK делит тетраэдр $ABCD$ на два многогранника, объёмы которых относятся как $5:4$.

б) Найдите косинус угла между прямой AC и плоскостью CMK.

15 Решите неравенство

$$\frac{2\cdot 8^{x-1}}{2\cdot 8^{x-1}-1} \geqslant \frac{3}{8^x-1} + \frac{8}{64^x - 5\cdot 8^x + 4}.$$

16 В июле 2031 года планируется взять кредит 331 000 рублей в банке на три года. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
Сколько рублей составит общая сумма платежей после полного погашения кредита, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами?

17 Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B. Отрезок BC — диаметр этой окружности.
а) Докажите, что прямая AC параллельна биссектрисе угла ANB.
б) Найдите длину отрезка NO, если известно, что $AC = 10$ и $AB = 24$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$ax^4 - 2x^3 + \left(a^3 - a\right)x^2 - \left(2a^2 - 2\right)x = -ax^3 + 2x^2 - \left(a^3 - a\right)x + 2a^2 - 2$$

имеет ровно два различных корня.

19 Есть 16 монет по 2 рубля и 29 монет по 5 рублей.
а) Можно ли этими монетами набрать сумму 175 рублей?
б) Можно ли этими монетами набрать сумму 176 рублей?
в) Какое наименьшее количество монет, каждая по 1 рублю, нужно добавить, чтобы иметь возможность набрать любую целую сумму от 1 рубля до 180 рублей включительно?