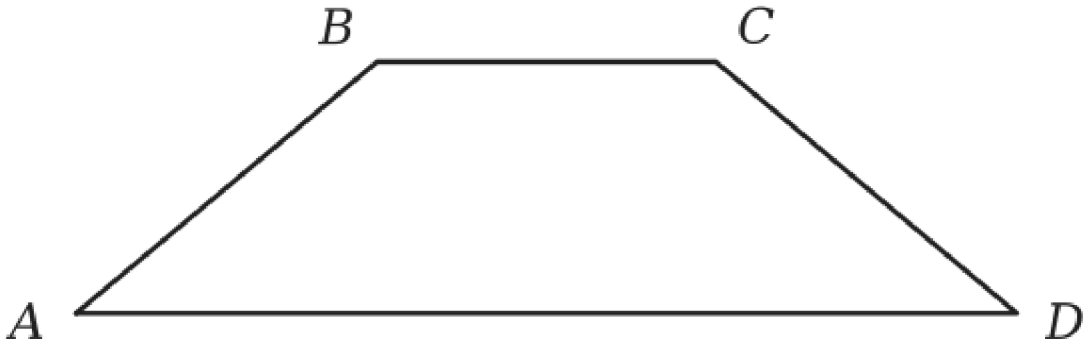
Часть 1

Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 25 и 9 соответственно, а боковая сторона равна 10. Найдите площадь трапеции.

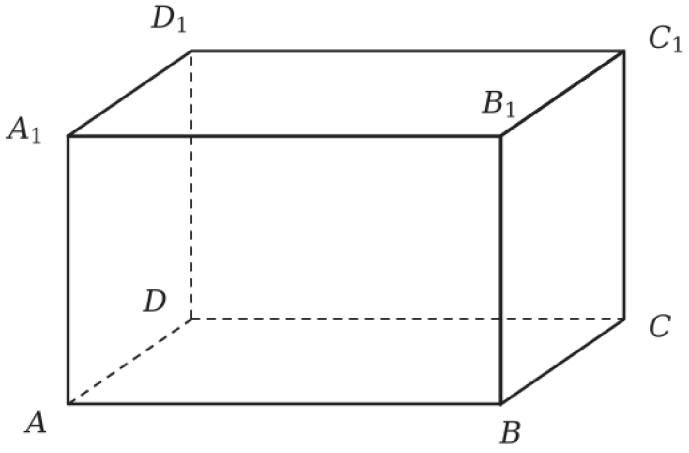


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(-5;\ -2)$ и $\vec{b}\,(-3;\ -1)$. Найдите длину вектора $3\vec{a}-\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB=14$, $BC=8$, $AA_1=8$. Найдите длину диагонали AC_1.



Ответ: _____.

4 В коробке лежат 32 одинаковых на вид чайных пакетиков: 4 пакетика с зелёным чаем, 8 — с белым, остальные — с чёрным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с чёрным чаем.

Ответ: _____.

5 В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,4 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Ответ: _____.

6 Организаторы лотереи выпустили 1000 билетов. Выигрыши распределены следующим образом.

Выигрыш, руб.	**Число билетов**
50	300
500	50
1000	20
0	630

Найдите математическое ожидание выигрыша на один билет. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

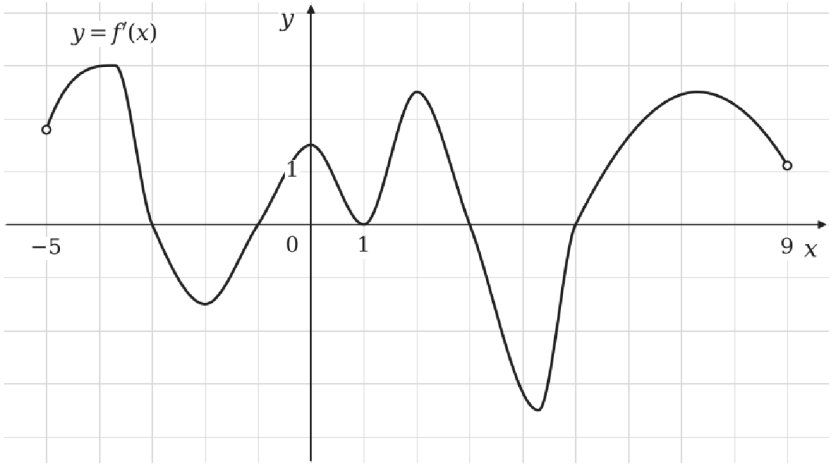
7 Найдите корень уравнения $3^{x+5} = 81$.

Ответ: _____.

8 Найдите значение выражения $\dfrac{2\sin 74^\circ}{\sin 37^\circ \cdot \sin 53^\circ}$.

Ответ: _____.

9 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5;\ 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

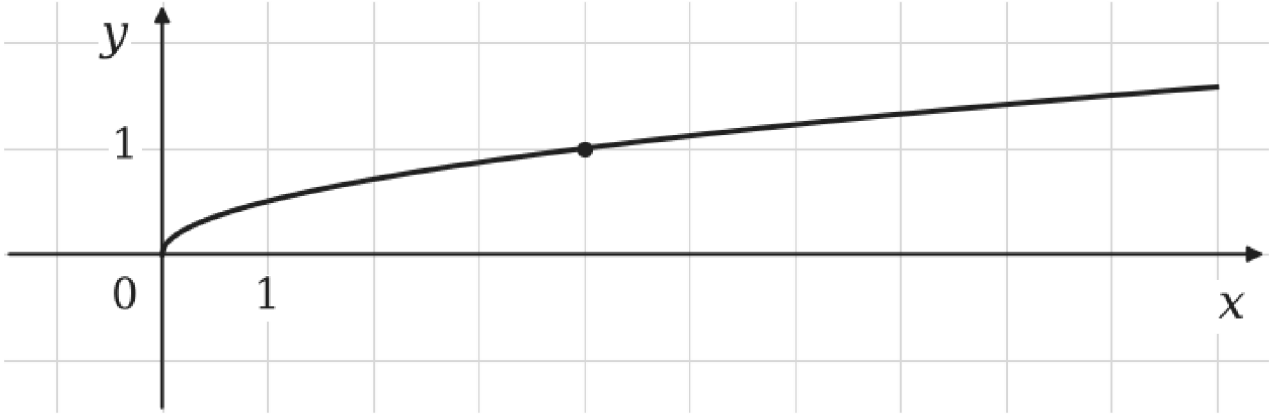
10 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 30t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 40 метров?

Ответ: _____.

11 Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 100 литров она заполняет на 5 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

12 На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(64)$.



Ответ: _____.

13 В июле 2031 года планируется взять кредит в банке на сумму 1 970 000 рублей на 5 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько рублей составит общая сумма выплат по кредиту?

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14 а) Решите уравнение $\cos 2x + 2\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

15 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 6, боковое ребро равно 11.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости SAC.

б) Найдите угол между прямой SB и плоскостью SAC.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

16 Решите неравенство

$$\frac{4^x - 6\cdot 2^{x+1} + 32}{\log_5(x+3)} \geqslant 0.$$

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

17 Участок прямоугольной формы, примыкающий одной стороной к реке, огораживают с трёх других сторон забором общей длиной 180 м. Какую наибольшую площадь может иметь такой участок? Ответ дайте в квадратных метрах.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

18 В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов A и B пересекаются в точке K, лежащей на стороне CD.

а) Докажите, что $AB = 2AD$.

б) Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $AD = \dfrac{15}{2}$, $AK = 12$.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

19 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|x^2 + x - 6\right| = x + a$$

имеет ровно 4 различных корня.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

20 На доске написано несколько (не менее трёх) различных натуральных чисел. Их среднее арифметическое равно 49. Если стереть с доски наибольшее из этих чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 45. Если же в исходном наборе стереть наименьшее из написанных чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 50.

а) Может ли наименьшее из написанных чисел быть равным 10?

б) Может ли наибольшее из написанных чисел быть равным 128?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.
