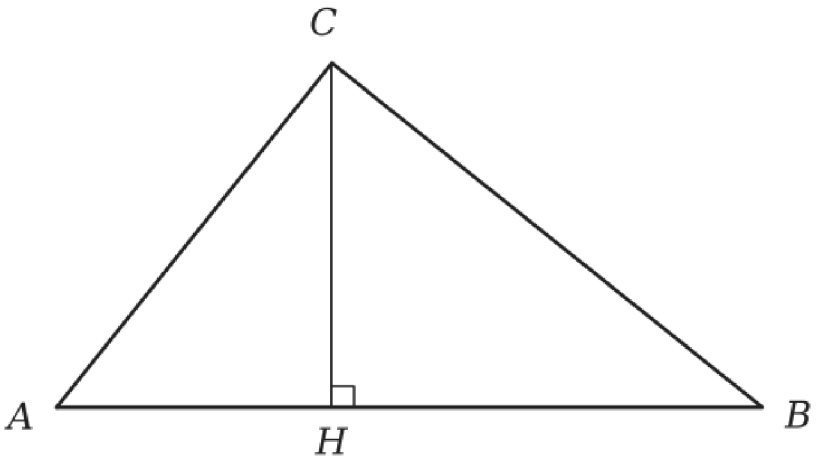
## Часть 1

Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

**1** В треугольнике $ABC$ угол $C$ равен $90^\circ$, $CH$ — высота, $AH = 16$, $BH = 25$. Найдите $CH$.

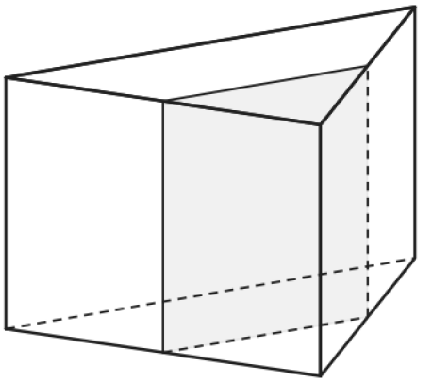



**Ответ:** _____.

**2** Даны векторы $\vec{a}\,(5;\ -5)$ и $\vec{b}\,(-6;\ -7)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

**Ответ:** _____.

**3** Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объём отсечённой треугольной призмы равен 96. Найдите объём исходной призмы.



**Ответ:** _____.

**4** В сборнике билетов по истории всего 125 билетов, в 58 из них встречается вопрос по теме «Петровские реформы». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по этой теме.

**Ответ:** _____.

**5** В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,2 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

**Ответ:** _____.

**6** Число бракованных деталей в случайно выбранной партии — случайная величина $X$, распределение которой приведено в таблице.

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | 0,3 | 0,2 | 0,4 | 0,1 |

Найдите математическое ожидание случайной величины $X$.

**Ответ:** _____.

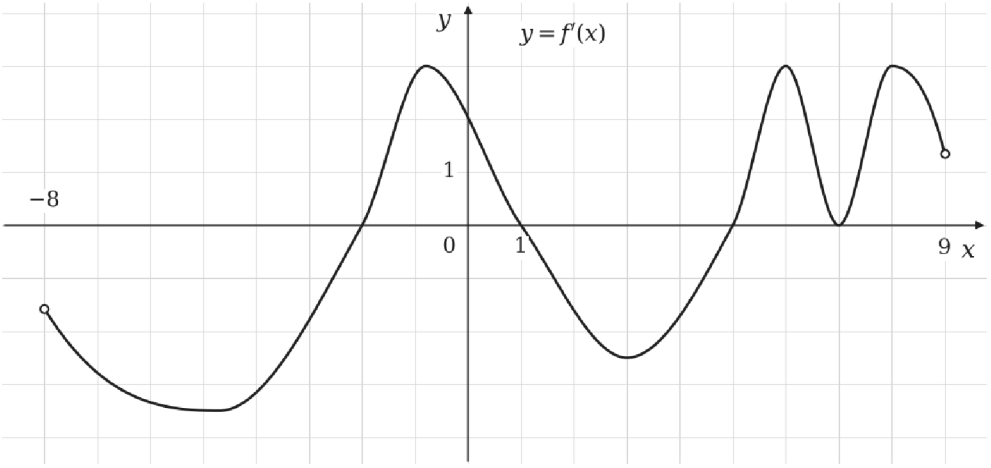
**7** Найдите корень уравнения $2^{x-5}=4$.

**Ответ:** _____.

**8** Найдите значение выражения $\log_{0,6} 27 - \log_{0,6} 45$.

**Ответ:** _____.

**9** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;\ 9)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.




**Ответ:** _____.

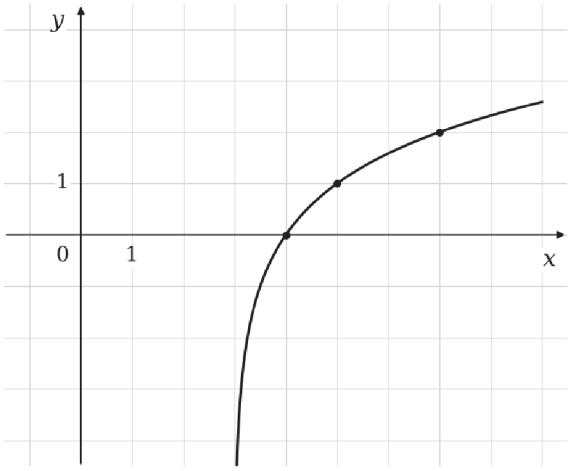
**10** Масса радиоактивного изотопа в образце уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где $m_0$ — начальная масса изотопа (в мг), $t$ — время, прошедшее от начального момента (в минутах), $T$ — период полураспада (в минутах). Начальная масса изотопа $m_0 = 640$ мг, период полураспада $T = 8$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равной 80 мг?

**Ответ:** _____.

**11** Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 90 литров она заполняет на 6 минут дольше, чем вторая труба?

**Ответ:** _____.

**12** На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите $f(19)$.




**Ответ:** _____.

**13** В июле 2029 года планируется взять кредит в банке на сумму 460 000 рублей на 4 года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько рублей составит общая сумма выплат по кредиту?

**Ответ:** _____.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

**14** а) Решите уравнение $2\cos^2 x - \sin(\pi + x) = -1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\ \dfrac{5\pi}{2}\right]$.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

**15** В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 12 на ребре $CC_1$ отмечена точка $M$ так, что $CM : MC_1 = 2 : 1$.

а) Докажите, что плоскость $BDM$ перпендикулярна плоскости $ACC_1$.

б) Найдите угол между плоскостью $BDM$ и плоскостью $ABCD$.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

**16** Решите неравенство

$$\frac{4^x - 6 \cdot 2^{x+1} + 32}{\log_5(x)} \leqslant 0.$$

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

**17** Из квадратного листа жести со стороной 36 см делают коробку без крышки: по углам листа вырезают одинаковые квадраты и загибают края вверх. Найдите наибольший возможный объём коробки. Ответ дайте в кубических сантиметрах.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

**18** Две окружности с центрами $O_1$ и $O_2$ касаются внешним образом в точке $K$. Прямая касается первой окружности в точке $A$, а второй — в точке $B$.

а) Докажите, что угол $AKB$ прямой.

б) Найдите площадь треугольника $AKB$, если радиусы окружностей равны 144 и 25.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

**19** Найдите все значения $a$, при каждом из которых уравнение

$$\left|x^2 - 5x\right| = -2x + a$$

имеет ровно 2 различных корня.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

**20** На доске написано несколько (не менее трёх) различных натуральных чисел. Их среднее арифметическое равно 20. Если стереть с доски наибольшее из этих чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 18. Если же в исходном наборе стереть наименьшее из написанных чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 21.

а) Может ли наименьшее из написанных чисел быть равным 3?

б) Может ли наибольшее из написанных чисел быть равным 55?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

---