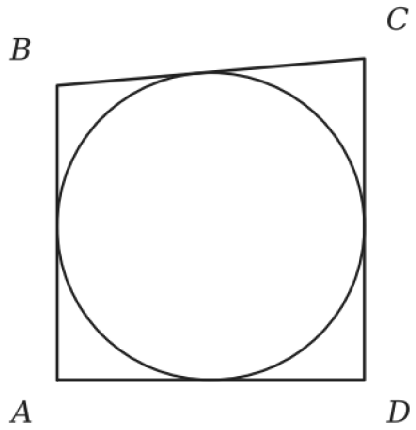
Часть 1

Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 30, вписана окружность, $AB = 10$, $BC = 6$. Найдите CD.

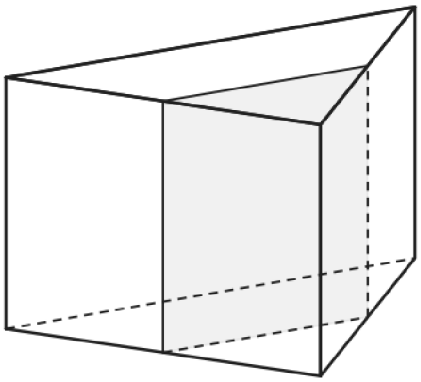


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(-2;\ 5)$ и $\vec{b}\,(-5;\ -1)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объём отсечённой треугольной призмы равен 48. Найдите объём исходной призмы.



Ответ: _____.

4 В сборнике билетов по биологии всего 125 билетов, в 40 из них встречается вопрос по теме «Генетика». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по этой теме.

Ответ: _____.

5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

Ответ: _____.

6 Число бракованных деталей в случайно выбранной партии — случайная величина X, распределение которой приведено в таблице.

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0,1	0,4	0,2	0,3

Найдите математическое ожидание случайной величины X.

Ответ: _____.

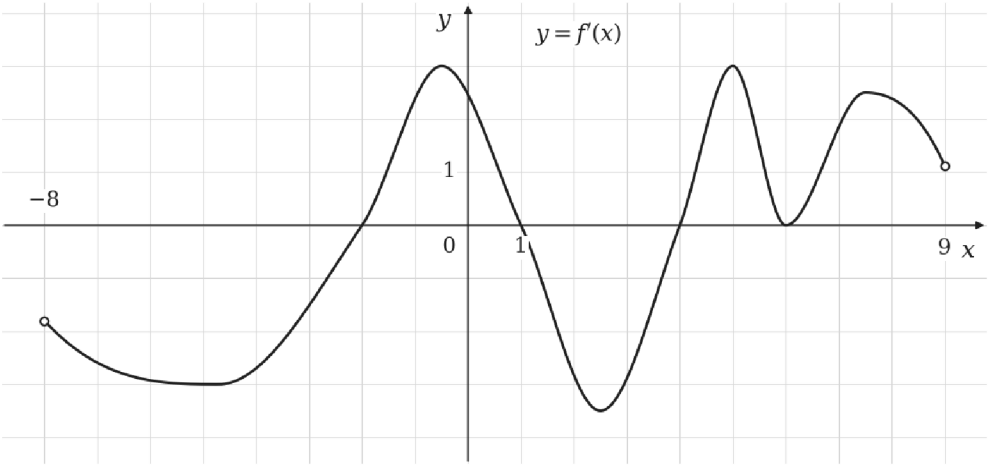
7 Найдите корень уравнения $6^{x+4}=36$.

Ответ: _____.

8 Найдите значение выражения $\log_5 175 - \log_5 7$.

Ответ: _____.

9 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;\ 9)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

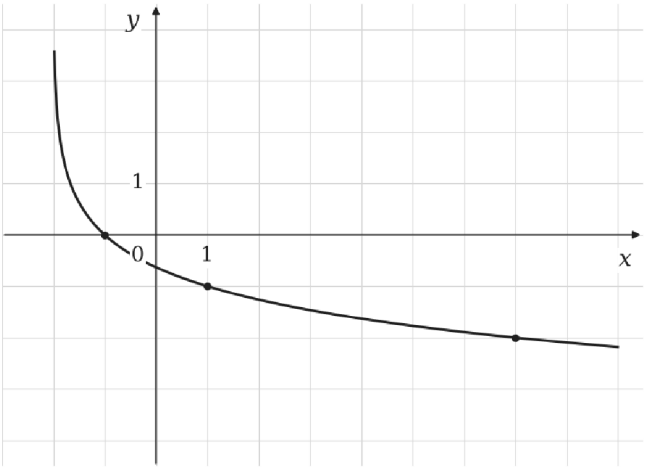
10 Масса радиоактивного изотопа в образце уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), t — время, прошедшее от начального момента (в минутах), T — период полураспада (в минутах). Начальная масса изотопа $m_0 = 160$ мг, период полураспада $T = 6$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равной 2,5 мг?

Ответ: _____.

11 Смешав 45-процентный и 55-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 39-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 80-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 59-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 45-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

12 На рисунке изображён график функции $f(x) = -\log_a(x + b)$. Найдите $f(727)$.



Ответ: _____.

13 В июле 2031 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите сумму кредита, если общая сумма выплат по кредиту составит 2 345 000 рублей. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14 а) Решите уравнение $2\cos^2 x - 5\sin(\pi - x) = 5$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

15 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 6, боковое ребро равно 9. Точка M — середина ребра SC.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости SAC.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью BDM.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

16 Решите неравенство

$$\frac{4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16}{\log_3(x+2)} \geqslant 0.$$

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

17 Из квадратного листа жести со стороной 78 см делают коробку без крышки: по углам листа вырезают одинаковые квадраты и загибают края вверх. Найдите наибольший возможный объём коробки. Ответ дайте в кубических сантиметрах.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

18 В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов A и B пересекаются в точке K, лежащей на стороне CD.

а) Докажите, что $AB = 2AD$.

б) Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $AD = 10$, $AK = 16$.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

19 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|x^2 - 8x + 12\right| = -x + a$$

имеет ровно 2 различных корня.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

20 На доске написано несколько (не менее трёх) различных натуральных чисел. Их среднее арифметическое равно 38. Если стереть с доски наибольшее из этих чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 34. Если же в исходном наборе стереть наименьшее из написанных чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 39.

а) Может ли наименьшее из написанных чисел быть равным 25?

б) Может ли наибольшее из написанных чисел быть равным 117?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.
