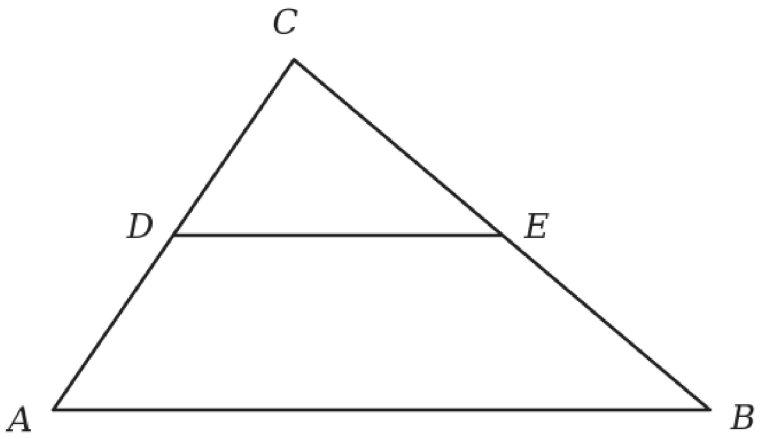
Часть 1

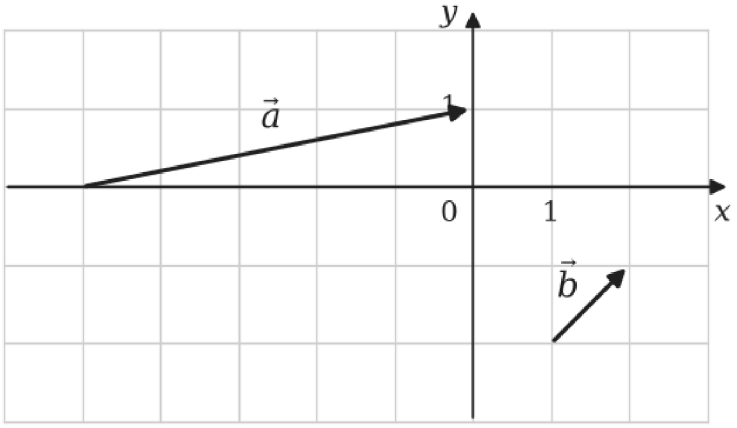
Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 Площадь треугольника ABC равна 100, DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.



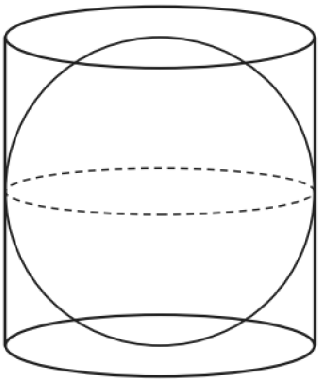
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.

3 В цилиндр вписан шар: шар касается обоих оснований цилиндра и его боковой поверхности. Объём цилиндра равен 21. Найдите объём шара.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Финляндии, 9 спортсменов из Дании и 12 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Ответ: _____.

5 В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Ответ: _____.

6 Организаторы лотереи выпустили 10 000 билетов. Выигрыши распределены следующим образом.

Выигрыш, руб.	**Число билетов**
50	1000
200	200
5000	10
0	8790

Найдите математическое ожидание выигрыша на один билет. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

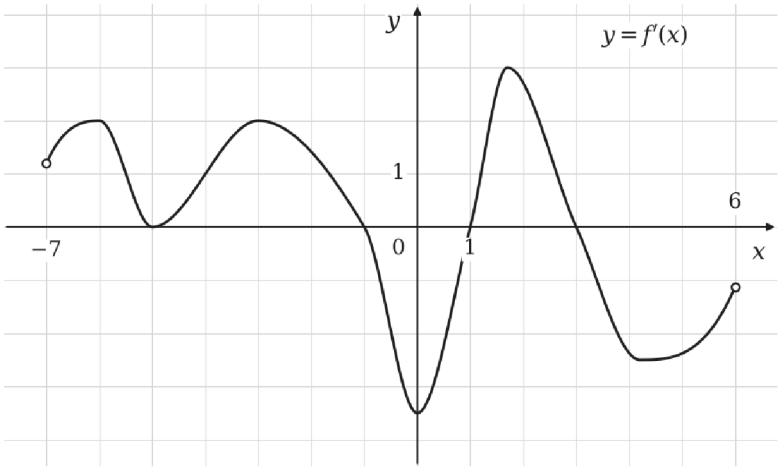
7 Найдите корень уравнения $\log_3(2x+5) = \log_3(x-3) + 1$.

Ответ: _____.

8 Найдите значение выражения $2^{\log_4 36}$.

Ответ: _____.

9 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7;\ 6)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

10 Масса радиоактивного изотопа в образце уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), t — время, прошедшее от начального момента (в минутах), T — период полураспада (в минутах). Начальная масса изотопа $m_0 = 120$ мг, период полураспада $T = 12$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равной 7,5 мг?

Ответ: _____.

11 Смешав 15-процентный и 70-процентный растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 18-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 60-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 28-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 15-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

12 На рисунке изображён график функции $f(x) = -\log_a(x+b)$. Найдите $f(66)$.

Ответ: _____.

13 В июле 2027 года планируется взять кредит 100 000 рублей в банке на 2 года. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 50% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.
Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен 2 равными платежами?

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14 а) Решите уравнение $\cos 2x + 3\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

15 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 8 на ребре CC_1 отмечена точка M так, что $CM : MC_1 = 3 : 1$.
а) Докажите, что плоскость BDM перпендикулярна плоскости ACC_1.
б) Найдите площадь сечения куба плоскостью BDM.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

16 Решите неравенство

$$\frac{9^x-10\cdot 3^x+9}{\log_2(x+2)}\geqslant 0.$$

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

17 Расходы на топливо для речного теплохода пропорциональны кубу его скорости: при скорости v км/ч они составляют $0{,}02v^3$ рублей за час движения. Прочие расходы не зависят от скорости и составляют 135 рублей за час. Затраты C (в рублях) на 1 км пути при движении с постоянной скоростью v км/ч вычисляются по формуле

$$C(v)=\frac{0{,}02v^3+135}{v}.$$

Скорость теплохода не может превышать 21 км/ч. При какой скорости затраты на 1 км пути будут наименьшими? Ответ дайте в км/ч.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

18 Две окружности с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке K. Прямая касается первой окружности в точке A, а второй — в точке B.
а) Докажите, что угол AKB прямой.
б) Найдите AK, если радиусы окружностей равны 32 и 18.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

19 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|x^2-3x\right|=x+a$$

имеет ровно 4 различных корня.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

20 На доске написано несколько (не менее трёх) различных натуральных чисел. Их среднее арифметическое равно 20. Если стереть с доски наибольшее из этих чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 15. Если же в исходном наборе стереть наименьшее из написанных чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 22.

а) Может ли наименьшее из написанных чисел быть равным 4?

б) Может ли наибольшее из написанных чисел быть равным 52?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.
