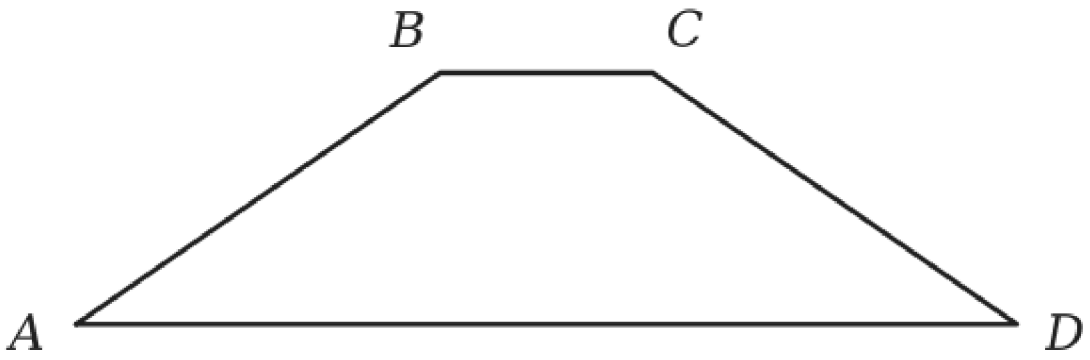
Часть 1

Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.

1 В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 31 и 7 соответственно, а боковая сторона равна 13. Найдите площадь трапеции.

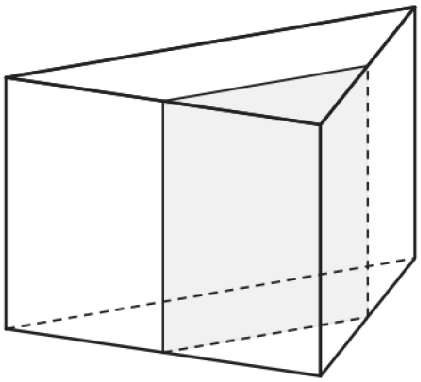


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(-2;\ 3)$ и $\vec{b}\,(3;\ -6)$. Найдите длину вектора $\vec{a}-2\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 18. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

4 В коробке лежат 50 одинаковых на вид чайных пакетиков: 19 пакетиков с зелёным чаем, 29 — с белым, остальные — с чёрным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с чёрным чаем.

Ответ: _____.

5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первые три мишени и не попадёт в последнюю.

Ответ: _____.

6 На складе хранятся 400 коробок с одинаковыми деталями. Распределение коробок по числу деталей в них приведено в таблице.

Число деталей в коробке	10	14	21
Число коробок	182	110	108

Найдите математическое ожидание числа деталей в случайно выбранной коробке.

Ответ: _____.

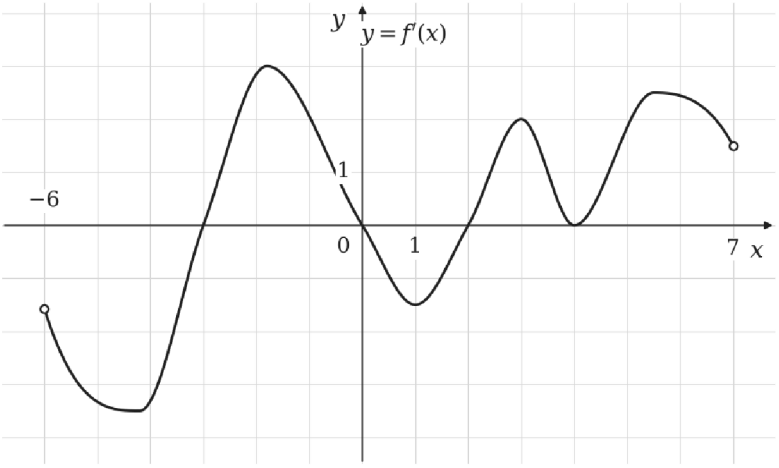
7 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-5}=27$.

Ответ: _____.

8 Найдите значение выражения $\log_{0,5} 8 - \log_{0,5} 32$.

Ответ: _____.

9 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6;\ 7)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____.

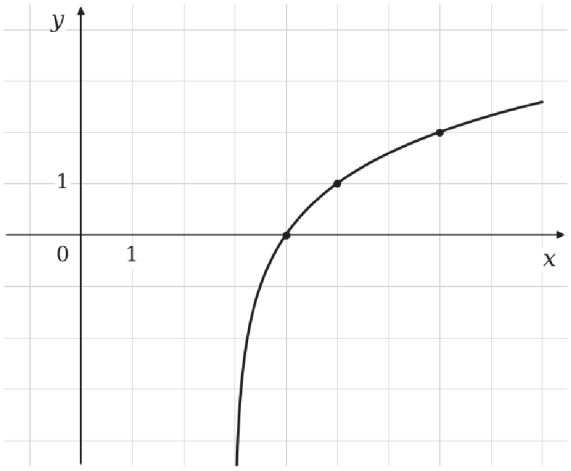
10 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 5 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 32$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \dfrac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0{,}7$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 35 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

11 Два велосипедиста одновременно отправились в 80-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 2 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите $f(11)$.



Ответ: _____.

13 В июле 2030 года планируется взять кредит 240 000 рублей в банке на 2 года. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 50% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.
Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен 2 равными платежами?

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14 а) Решите уравнение $\cos 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

15 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 4, боковое ребро равно 8.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости SAC.

б) Найдите угол между прямой SB и плоскостью SAC.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

16 Решите неравенство

$$\frac{9^x - 4 \cdot 3^x + 3}{\log_3(x+3)} \leqslant 0.$$

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

17 Участок прямоугольной формы, примыкающий одной стороной к реке, огораживают с трёх других сторон забором общей длиной 400 м. Какую наибольшую площадь может иметь такой участок? Ответ дайте в квадратных метрах.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

18 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH. Точки O_1 и O_2 — центры окружностей, вписанных в треугольники ACH и BCH соответственно.

а) Докажите, что $O_1O_2 = r\sqrt{2}$, где r — радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

б) Найдите O_1O_2, если $AC = 9$, $BC = 12$.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

19 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|x^2 - 6x\right| = 2x + a$$

имеет ровно 4 различных корня.

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.

20 На доске написано несколько (не менее трёх) различных натуральных чисел. Их среднее арифметическое равно 51. Если стереть с доски наибольшее из этих чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 45. Если же в исходном наборе стереть наименьшее из написанных чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 52.

а) Может ли наименьшее из написанных чисел быть равным 14?

б) Может ли наибольшее из написанных чисел быть равным 157?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?

Запишите полное решение на бумаге. После завершения работы откроются решение и критерии, по которым вы оцените себя.
