ЕГЭНИЙ
egeniy.ru

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Рабочая тетрадь на 14 дней

10–11 класс · профильный ЕГЭ · задания №4 и №5

От первого случайного опыта до сложных событий

207 задач для самостоятельной работы
36 разобранных примеров
7 уровней сложности
Входная диагностика и две контрольные

Теория · схемы · места для решения
Ответы и подробные решения в конце

Ученик: _____

Начало работы: _____ Завершение: _____

Версия 1.0 · октябрь 2026
Оригинальные учебные задания. Не является официальным изданием ФИПИ.

ПЕРЕД НАЧАЛОМ

Как уложиться в 45–60 минут

Основной маршрут: теория и примеры - около 15 минут; первая задача каждого уровня 1–5 - 25–35 минут; самопроверка и исправления - 5–10 минут. Вторую задачу уровня решайте для закрепления или после ошибки в первой.

Уровни 6–7 - дополнительный резерв. Они могут потребовать отдельного занятия и иногда используют идеи будущих дней. Все задачи включены в тетрадь, но решать весь резерв за один час не требуется.

Уровень	Назначение
1 · Примитивный	Один шаг, маленькие числа
2 · Базовый	Знакомый бытовой контекст
3 · Простой экзаменационный	Прямая модель задания №4/№5
4 · Типовой экзаменационный	Самостоятельный выбор стандартного метода
5 · Сложный экзаменационный	Ловушки формулировок и сочетание стандартных идей
6 · Повышенный	Несколько этапов и более сложный подсчёт
7 · Олимпиадный резерв	Нестандартная идея; возможен выход за программу

Шкала сложности - методическая, не официальная классификация ФИПИ. Конкретная задача может оказаться легче или труднее в зависимости от опыта ученика. Уровни 1–5 дают экзаменационный маршрут по представленным моделям.

Нумерация: Д3-У5-2 - день 3, уровень 5, задача 2. ВХ - входная диагностика, ПР - разобранный пример, СП - самопроверка, К - контрольная. На уровнях 1–5 и в контрольных ответы точные конечные десятичные; в резерве разрешены обыкновенные дроби.

После ошибки сначала найдите неверный шаг, затем закройте решение и выполните задачу заново. Цель - объяснить выбор модели и решить новый аналог без подсказки. Успех в одном тесте не доказывает освоение всего банка.

14 ДНЕЙ

План с отметками о выполнении

Готово	День и тема	Стр.
☐	1. Исходы и классическая вероятность	4
☐	2. Списки, жребий, дни и группы	11
☐	3. Монеты и кубики: перебор исходов	17
☐	4. Противоположное событие	23
☐	5. Сложение и пересечение событий	29
☐	6. Независимость и умножение	35
☐	7. Повторение и контрольная · 20 минут	41
☐	8. Сценарии и дерево вероятностей	45
☐	9. Серии до успеха и биатлон	51
☐	10. Условная вероятность	57
☐	11. Полная вероятность	63
☐	12. Байес: причина по результату	69
☐	13. Сочетания, Бернулли и турниры	75
☐	14. Итоговая контрольная · 25 минут	81
	Ответы	86
	Подробные решения	89
	Карта покрытия и источники	129

Контрольные выполняйте без подсказок и без просмотра ответов. Отведите оставшееся время дня на анализ причин ошибок. Галочку ставьте после самопроверки, а не сразу после чтения.

ДЕНЬ 1 · ДО ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРИИ

Входная диагностика

8–10 минут. Решите то, что можете. Если не знаете способ, так и отметьте. Диагностика не требует заранее знать все формулы.

Д1-ВХ-1

В коробке 10 ручек, из них 3 зелёных. Одну выбирают наугад. Найдите вероятность зелёной ручки.

Д1-ВХ-2

Ученик выучил 18 билетов из 20. Найдите вероятность получить невыученный билет.

Д1-ВХ-3

В случайном порядке выступают 25 человек. Найдите вероятность того, что Лена выступит одной из первых пяти.

Д1-ВХ-4

Монету бросают дважды. Найдите вероятность ровно одного орла.

Д1-ВХ-5

Два независимых прибора работают с вероятностями 0,8 и 0,5. Найдите вероятность работы обоих.

ДЕНЬ 1 · ТЕОРИЯ

Исходы и классическая вероятность

Цель: Научиться описывать случайный опыт, различать исход и событие и находить вероятность как долю подходящих исходов.

Случайный опыт - действие с заранее неизвестным результатом: вытянуть билет, бросить монету, выбрать участника. Элементарный исход - один конкретный возможный результат. Событие - набор исходов, удовлетворяющих условию.

Классическая формула работает, когда исходов конечное число и они равновозможны. Если всего n исходов, а событию A соответствуют m, то P(A)=m/n. Важно сначала назвать единицу выбора: человек, билет, монета, а не группа людей или номинал денег.

Вероятность лежит между 0 и 1. Невозможное событие имеет вероятность 0, достоверное - 1. Ответ 0,3 означает 30%, но в бланк вносится 0,3, если спрашивается вероятность.

Алгоритм: 1) что выбирают? 2) почему исходы равновозможны? 3) сколько всего? 4) сколько подходит? 5) разделить и проверить границы. Слово «случайно» не делает любые выбранные вами категории равновероятными.

$$P(A) = \frac{m}{n}, \qquad 0 \le P(A) \le 1$$

Что считаем	Все исходы	Благоприятные
Жетон	Каждый отдельный жетон	Жетоны нужного цвета
Билет	Все билеты	Билеты с нужной темой
Монета из кошелька	Количество монет	Монеты нужного номинала

ЛОВУШКИ. Не делите на число цветов вместо числа предметов. Не считайте категории равновероятными без основания. Проверьте, что благоприятных исходов не больше общего числа.

ДЕНЬ 1 · ПРИМЕРЫ

Сначала разберём вместе

Д1-ПР-1

В мешке 5 жетонов, из них 2 белых. Какова вероятность белого жетона?

1. Случайный исход - выбор конкретного жетона. Все 5 жетонов равновозможны.
2. Событию «белый» соответствуют 2 исхода.
3. Вероятность 2/5 = 0,4.

Ответ: 0,4.

Д1-ПР-2

Из 80 билетов 28 содержат вопрос по механике. Найдите вероятность такого билета.

1. Благоприятный исход - любой из 28 билетов по механике.
2. Общее число билетов 80. Применяем P=m/n.
3. Вероятность 28/80 = 0,35.

Ответ: 0,35.

Д1-ПР-3

В кошельке 3 монеты по 10 рублей и 7 монет по 1 рублю. Наугад берут монету. Найдите вероятность монеты в 10 рублей.

1. Выбирают монету, а не рубль. Всего монет 3+7=10.
2. Подходят 3 монеты. Сумма денег 37 здесь не является числом исходов.
3. Вероятность 3/10 = 0,3.

Ответ: 0,3.

ДЕНЬ 1 · УРОВНИ 1–2

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д1-У1-1 · МАРШРУТ

В мешке 4 одинаковых на ощупь жетонов, из них 1 белых. Достают один жетон наугад. Найдите вероятность белого жетона.

Д1-У1-2

В мешке 8 одинаковых на ощупь жетонов, из них 3 белых. Достают один жетон наугад. Найдите вероятность белого жетона.

Д1-У2-1 · МАРШРУТ

Из 40 открыток 12 посвящены космосу. Одну открытку выбирают случайно. Найдите вероятность выбрать открытку о космосе.

Д1-У2-2

Из 60 открыток 21 посвящены космосу. Одну открытку выбирают случайно. Найдите вероятность выбрать открытку о космосе.

ДЕНЬ 1 · УРОВНИ 3–4

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д1-У3-1 · МАРШРУТ

В наборе 60 экзаменационных билетов. В 15 билетах есть вопрос по оптике. Ученик случайно выбирает билет. Найдите вероятность получить вопрос по оптике.

Д1-У3-2

В наборе 80 экзаменационных билетов. В 24 билетах есть вопрос по оптике. Ученик случайно выбирает билет. Найдите вероятность получить вопрос по оптике.

Д1-У4-1 · МАРШРУТ

В партии 200 ламп 7 неисправных. Покупатель выбирает одну лампу наугад. Найдите вероятность получить исправную лампу.

Д1-У4-2

В партии 400 ламп 18 неисправных. Покупатель выбирает одну лампу наугад. Найдите вероятность получить исправную лампу.

ДЕНЬ 1 · УРОВНИ 5–6

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д1-У5-1 · МАРШРУТ

На карточках записаны все целые числа от 1 до 100. Наугад выбирают карточку. Найдите вероятность того, что число делится на 2 или на 5.

Д1-У5-2

На карточках записаны все целые числа от 1 до 200. Наугад выбирают карточку. Найдите вероятность того, что число делится на 2 или на 5.

Д1-У6-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Из чисел от 1 до 100 случайно выбирают одно. Найдите вероятность того, что оно делится ровно на одно из чисел 2 и 5.

Д1-У6-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Из чисел от 1 до 200 случайно выбирают одно. Найдите вероятность того, что оно делится ровно на одно из чисел 2 и 5.

ДЕНЬ 1 · УРОВЕНЬ 7

Олимпиадный резерв

Д1-У7-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Случайно и равновероятно выбирают строку из 6 нулей и единиц. Найдите вероятность чётного числа единиц, не выписывая все строки.

Д1-У7-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Случайно и равновероятно выбирают строку из 7 нулей и единиц. Найдите вероятность чётного числа единиц, не выписывая все строки.

Самопроверка без подсказок

Д1-СП-1

На карточках числа от 1 до 40. Выбирают одну. Найдите вероятность числа, кратного 4.

Что вызвало трудность: _____

ДЕНЬ 2 · ТЕОРИЯ

Списки, жребий, дни и группы

Цель: Решать задачи о случайном месте участника и распределении по дням; учитывать уже занятое место.

При случайном порядке каждый участник с одинаковой вероятностью занимает любое из N мест. Если подходят k мест, вероятность равна k/N. Не нужно выписывать все перестановки участников.

Если участников случайно выбирают в группу из k человек, вероятность попадания конкретного участника также k/N. Мысленно переставьте всех в случайном порядке: первые k будут выбраны.

При распределении выступлений по дням считают места для выступлений. Если в разные дни число выступлений разное, вероятности этих дней различны. Неизвестное число мест в последнем дне найдите вычитанием.

Когда известно место одного участника, для другого остаётся N-1 мест. Если первый уже в нужной группе размера k, свободных мест в ней k-1. За круглым столом у фиксированного человека два соседних места. В олимпиадном резерве используйте симметрию относительного порядка.

$$P = \frac{k}{N}$$

$$P = \frac{k-1}{N-1}$$

Ситуация	Всего мест	Подходят
Первые k из N	N	k
Второй участник в группе первого	N-1	k-1
Соседство за круглым столом	N-1	2

ЛОВУШКИ. Не делите на число дней, если они загружены неравномерно. «Первый уже в группе» означает одно занятое место: меняются и числитель, и знаменатель.

ДЕНЬ 2 · ПРИМЕРЫ

Сначала разберём вместе

Д2-ПР-1

В случайной очереди из 8 человек найдите вероятность того, что Оля будет одной из первых двух.

1. Каждое место Оли в очереди равновероятно.
2. Подходят места 1 и 2.
3. Вероятность 2/8 = 0,25.

Ответ: 0,25.

Д2-ПР-2

Из 50 докладов 12 запланированы на первый день, 18 на второй, остальные на третий. Порядок случайный. Найдите вероятность третьего дня для доклада А.

1. В третьем дне 50-12-18=20 мест.
2. Вероятности дней пропорциональны числу докладов, а не обязательно равны 1/3.
3. Вероятность 20/50 = 0,4.

Ответ: 0,4.

Д2-ПР-3

11 учеников случайно рассаживают на места, первые 3 места образуют группу. Известно, что Вера в этой группе. Найдите вероятность того, что Дима тоже в ней.

1. Место Веры уже занято. Для Димы остаётся 10 мест.
2. В нужной группе свободны только 2 места.
3. Вероятность 2/10 = 0,2.

Ответ: 0,2.

ДЕНЬ 2 · УРОВНИ 1–2

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д2-У1-1 · МАРШРУТ

В списке 10 участников. Жребием выбирают 3 дежурных, все наборы равновероятны. Найдите вероятность того, что участник К. станет дежурным.

Д2-У1-2

В списке 20 участников. Жребием выбирают 6 дежурных, все наборы равновероятны. Найдите вероятность того, что участник К. станет дежурным.

Д2-У2-1 · МАРШРУТ

20 докладов случайно распределяют по дням конференции. На второй день запланировано 7 докладов. Найдите вероятность того, что доклад Л. состоится во второй день.

Д2-У2-2

40 докладов случайно распределяют по дням конференции. На второй день запланировано 14 докладов. Найдите вероятность того, что доклад Л. состоится во второй день.

ДЕНЬ 2 · УРОВНИ 3–4

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д2-У3-1 · МАРШРУТ

На фестивале 40 выступлений. В первый день пройдут 8, во второй 14, остальные в третий. Порядок случайный. Найдите вероятность выступления певца М. в третий день.

Д2-У3-2

На фестивале 80 выступлений. В первый день пройдут 16, во второй 28, остальные в третий. Порядок случайный. Найдите вероятность выступления певца М. в третий день.

Д2-У4-1 · МАРШРУТ

В отряде 25 туристов. Вертолёт перевозит их по 5 человек за рейс, порядок посадки случайный. Найдите вероятность того, что турист Р. попадёт в один из первых двух рейсов.

Д2-У4-2

В отряде 50 туристов. Вертолёт перевозит их по 10 человек за рейс, порядок посадки случайный. Найдите вероятность того, что турист Р. попадёт в один из первых двух рейсов.

ДЕНЬ 2 · УРОВНИ 5–6

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д2-У5-1 · МАРШРУТ

21 участников случайно рассаживают на 21 пронумерованных мест. Первые 5 мест образуют группу А. Известно, что Саша находится в группе А. Найдите вероятность того, что Петя тоже в группе А.

Д2-У5-2

26 участников случайно рассаживают на 26 пронумерованных мест. Первые 6 мест образуют группу А. Известно, что Саша находится в группе А. Найдите вероятность того, что Петя тоже в группе А.

Д2-У6-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

10 человек, среди них Аня и Боря, садятся в случайном порядке за круглый стол. Найдите вероятность того, что они окажутся рядом.

Д2-У6-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

12 человек, среди них Аня и Боря, садятся в случайном порядке за круглый стол. Найдите вероятность того, что они окажутся рядом.

ДЕНЬ 2 · УРОВЕНЬ 7

Олимпиадный резерв

Д2-У7-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. В случайной очереди из 8 человек стоят Аня, Боря и Вера. Найдите вероятность того, что Аня стоит раньше обоих остальных. Остальные участники могут стоять где угодно.

Д2-У7-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. В случайной очереди из 9 человек стоят Аня, Боря и Вера. Найдите вероятность того, что Аня стоит раньше обоих остальных. Остальные участники могут стоять где угодно.

Самопроверка без подсказок

Д2-СП-1

80 выступлений случайно распределяют по трём дням: 24 в первый, 36 во второй, остальные в третий. Найдите вероятность выступления К. в третий день.

Что вызвало трудность: _____

ДЕНЬ 3 · ТЕОРИЯ

Монеты и кубики: перебор исходов

Цель: Строить таблицу или дерево исходов и учитывать порядок результатов.

При n бросках симметричной монеты всего 2^n равновозможных последовательностей. Орёл и решка в разных позициях создают разные исходы: ОР и РО не одно и то же.

При двух бросках кубика исход - упорядоченная пара (первое значение, второе значение). Всего 6·6=36 пар. Суммы от 2 до 12 не равновероятны: сумма 2 возникает одним способом, сумма 7 - шестью.

Дерево строится по шагам: на каждой вершине выписываем все исходы следующего шага. Полный путь от корня до листа - один исход. Таблица удобнее для двух кубиков: строки соответствуют первому, столбцы второму.

Если событие связано с чётностью, сгруппируйте значения. На кубике три чётных и три нечётных числа. Нечётное произведение получается только из двух нечётных; чётная сумма - из чисел одинаковой чётности. Это сокращает перебор без потери исходов.

$$N = 2^n, \qquad N = 6^2 = 36$$

1-й / 2-й	Орёл	Решка
Орёл	ОО	ОР
Решка	РО	РР

ЛОВУШКИ. Не считайте «0, 1 или 2 орла» тремя равновероятными исходами. В двух кубиках (2,5) и (5,2) - разные пары. Не теряйте крайние значения при переборе.

ДЕНЬ 3 · ПРИМЕРЫ

Сначала разберём вместе

ДЗ-ПР-1

Монету бросают дважды. Найдите вероятность разных результатов.

1. Выписываем ОО, ОР, РО, РР.

2. Подходят ОР и РО: 2 из 4.

3. Вычисляем: 0,5.

Ответ: 0,5.

ДЗ-ПР-2

Два кубика бросают одновременно. Найдите вероятность суммы 9.

1. Всего 6·6=36 пар.

2. Сумму 9 дают (3,6), (4,5), (5,4), (6,3): четыре пары.

3. Вероятность 4/36=1/9. Это учебный пример с дробным ответом; на экзамене следуйте указанию об округлении, если оно дано.

Ответ: 1/9.

ДЗ-ПР-3

Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что первый и последний результаты одинаковы.

1. Всего 16 строк. Для крайних позиций подходят О…О и Р…Р.

2. Для двух средних позиций по 4 варианта; всего 8 подходящих строк.

3. Отношение 8/16.

4. Вычисляем: 0,5.

Ответ: 0,5.

ДЕНЬ 3 · УРОВНИ 1–2

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

ДЗ-У1-1 · МАРШРУТ

Симметричную монету бросают один раз. Найдите вероятность выпадения решки.

ДЗ-У1-2

Симметричную монету бросают один раз. Найдите вероятность выпадения орла.

ДЗ-У2-1 · МАРШРУТ

Монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл не выпадет ни разу.

ДЗ-У2-2

Монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпадет орёл.

ДЕНЬ 3 · УРОВНИ 3–4

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

ДЗ-У3-1 · МАРШРУТ

Монету бросают трижды. Найдите вероятность ровно 1 выпадений орла.

ДЗ-У3-2

Монету бросают трижды. Найдите вероятность ровно 2 выпадений орла.

ДЗ-У4-1 · МАРШРУТ

Два обычных симметричных кубика бросают одновременно. Найдите вероятность того, что сумма очков чётна.

ДЗ-У4-2

Два обычных симметричных кубика бросают одновременно. Найдите вероятность того, что произведение очков нечётно.

ДЕНЬ 3 · УРОВНИ 5–6

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

ДЗ-У5-1 · МАРШРУТ

Монету бросили четыре раза. Найдите вероятность того, что решка выпала ровно 3 раза.

ДЗ-У5-2

Монету бросили четыре раза. Найдите вероятность того, что решка выпала ровно 1 раза.

ДЗ-У6-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Два кубика бросают одновременно. Найдите вероятность суммы 7. Ответ дайте обыкновенной дробью.

ДЗ-У6-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Два кубика бросают одновременно. Найдите вероятность суммы 8. Ответ дайте обыкновенной дробью.

ДЕНЬ 3 · УРОВЕНЬ 7

Олимпиадный резерв

ДЗ-У7-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Монету бросают 6 раз. Найдите вероятность того, что два орла нигде не выпадут подряд.

ДЗ-У7-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Монету бросают 7 раз. Найдите вероятность того, что два орла нигде не выпадут подряд.

Самопроверка без подсказок

ДЗ-СП-1

Два кубика бросают одновременно. Найдите вероятность того, что сумма очков нечётна.

Что вызвало трудность: _____

ДЕНЬ 4 · ТЕОРИЯ

Противоположное событие

Цель: Находить точное отрицание события и упрощать задачи со словами «хотя бы».

Противоположное событие происходит ровно тогда, когда исходное не происходит. Вместе они охватывают все исходы и не могут произойти одновременно. Поэтому их вероятности в сумме равны 1.

Отрицание «хотя бы один» - «ни одного». Отрицание «все» - «хотя бы один не». Отрицание «ровно один» - «ноль или не меньше двух». Подмена этих фраз - одна из самых частых ошибок.

До изучения независимости можно считать вероятность противоположного события перебором. Например, при трёх бросках монеты только одна строка не содержит орлов; значит, вероятность хотя бы одного орла 1-1/8.

После дня 6 вернитесь к этой странице: при n независимых испытаниях с вероятностью успеха p событие «ни одного успеха» имеет вероятность $(1-p)^n$. Тогда «хотя бы один» удобно искать вычитанием из 1. Для «хотя бы двух» исключают уже два случая: ноль и один.

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(X \geq 1) = 1 - (1-p)^n$$

Событие	Его точное отрицание
Хотя бы один успех	Ни одного успеха
Все приборы исправны	Хотя бы один неисправен
Не менее двух успехов	Ноль или один успех
И орёл, и решка	Только орлы или только решки

ЛОВУШКИ. «Не менее» включает границу, «больше» не включает. Не заменяйте отрицание «ровно один» событием «ни одного».

ДЕНЬ 4 · ПРИМЕРЫ

Сначала разберём вместе

Д4-ПР-1

Вероятность неисправности равна 0,07. Какова вероятность исправности?

1. Исправен и неисправен - противоположные события.
2. Сумма их вероятностей 1.
3. Вычитаем: 1-0,07=0,93.

Ответ: 0,93.

Д4-ПР-2

Монету бросают дважды. Найдите вероятность хотя бы одного орла.

1. Хотя бы один означает один или два.
2. Легче исключить РР: один исход из четырёх.
3. Получаем 1-1/4.
4. Вычисляем: 0,75.

Ответ: 0,75.

Д4-ПР-3

Монету бросают трижды. Найдите вероятность хотя бы двух орлов.

1. Противоположное событие: ноль или один орёл.
2. Таких строк 1+3=4 из 8.
3. Искомая вероятность 1-4/8.
4. Вычисляем: 0,5.

Ответ: 0,5.

ДЕНЬ 4 · УРОВНИ 1–2

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д4-У1-1 · МАРШРУТ

Вероятность дождя завтра равна 0,3. Найдите вероятность того, что дождя не будет.

Д4-У1-2

Вероятность дождя завтра равна 0,4. Найдите вероятность того, что дождя не будет.

Д4-У2-1 · МАРШРУТ

Ученик знает ответы на 43 из 50 билетов. Выбирается один билет. Найдите вероятность получить незнакомый билет.

Д4-У2-2

Ученик знает ответы на 86 из 100 билетов. Выбирается один билет. Найдите вероятность получить незнакомый билет.

ДЕНЬ 4 · УРОВНИ 3–4

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д4-У3-1 · МАРШРУТ

Монету бросают 3 раза. Найдите вероятность хотя бы одного орла.

Д4-У3-2

Монету бросают 4 раза. Найдите вероятность хотя бы одного орла.

Д4-У4-1 · МАРШРУТ

В коробке 200 деталей, из них 9 имеют дефект. Наугад берут деталь. Найдите вероятность того, что она не имеет дефекта.

Д4-У4-2

В коробке 400 деталей, из них 18 имеют дефект. Наугад берут деталь. Найдите вероятность того, что она не имеет дефекта.

ДЕНЬ 4 · УРОВНИ 5–6

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д4-У5-1 · МАРШРУТ

Монету бросают 5 раз. Найдите вероятность того, что встретятся и орёл, и решка.

Д4-У5-2

Монету бросают 6 раз. Найдите вероятность того, что встретятся и орёл, и решка.

Д4-У6-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Монету бросают 5 раз. Найдите вероятность хотя бы двух орлов.

Д4-У6-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Монету бросают 6 раз. Найдите вероятность хотя бы двух орлов.

ДЕНЬ 4 · УРОВЕНЬ 7

Олимпиадный резерв

Д4-У7-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Три человека независимо и равновероятно выбирают один из 6 лифтов. Найдите вероятность того, что хотя бы двое выберут один лифт.

Д4-У7-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Три человека независимо и равновероятно выбирают один из 7 лифтов. Найдите вероятность того, что хотя бы двое выберут один лифт.

Самопроверка без подсказок

Д4-СП-1

Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность хотя бы одной решки.

Что вызвало трудность: _____

ДЕНЬ 5 · ТЕОРИЯ

Сложение и пересечение событий

Цель: Различать несовместные и пересекающиеся события; не считать общий участок дважды.

События несовместны, если в одном опыте не могут произойти вместе: победа и ничья в одном матче. Вероятность любого из них равна сумме вероятностей.

Для произвольных событий при сложении дважды учитывается пересечение. Поэтому из суммы P(A)+P(B) нужно вычесть P(A и B) один раз. Союз «или» в математике обычно включает возможность обоих событий.

Если B целиком содержится в A, то вероятность «A, но не B» равна P(A)-P(B). Так решаются задачи о сроках службы и превышении порогов. Например, «больше 5» входит в «больше 3». Разность даёт интервал (3;5].

Для трёх множеств сначала заполните центральное тройное пересечение, затем области «ровно два», затем «только одно». Не путайте «изучает оба языка» и «изучает ровно два языка»: в первой фразе могут учитываться знающие третий.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$B \subset A \;\Rightarrow\; P(A \setminus B) = P(A) - P(B)$$

Область	Вероятность
Только A	P(A)-P(A и B)
Только B	P(B)-P(A и B)
Оба	P(A и B)
Ни одного	1-P(A)-P(B)+P(A и B)

ЛОВУШКИ. Нельзя просто складывать вероятности пересекающихся событий. Независимость не следует из наличия двух автоматов или двух приборов в условии.

ДЕНЬ 5 · ПРИМЕРЫ

Сначала разберём вместе

Д5-ПР-1

Вероятность победы 0,36, ничьей 0,29. Найдите вероятность не проиграть.

1. Не проиграть - победа или ничья.

2. Они несовместны.

3. Вероятность 0,36+0,29=0,65.

Ответ: 0,65.

Д5-ПР-2

P(A)=0,5, P(B)=0,4, P(A и B)=0,1. Найдите P(A или B).

1. В сумме 0,5+0,4 пересечение учтено дважды.

2. Вычитаем его один раз.

3. Получаем 0,5+0,4-0,1=0,8.

Ответ: 0,8.

Д5-ПР-3

Вероятность массы больше 100 г равна 0,9, больше 110 г - 0,25. Найдите вероятность массы больше 100, но не больше 110 г.

1. Все массы больше 110 входят в событие «больше 100».

2. Удаляем их из большего события.

3. Вероятность 0,9-0,25=0,65.

Ответ: 0,65.

ДЕНЬ 5 · УРОВНИ 1–2

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д5-У1-1 · МАРШРУТ

В коробке 20 шаров: 4 белых, 5 красных, остальные синие. Берут один шар. Найдите вероятность белого или красного шара.

Д5-У1-2

В коробке 40 шаров: 8 белых, 10 красных, остальные синие. Берут один шар. Найдите вероятность белого или красного шара.

Д5-У2-1 · МАРШРУТ

В матче вероятность победы команды 0,5, ничьей - 0,2. Найдите вероятность того, что команда не проиграет.

Д5-У2-2

В матче вероятность победы команды 0,6, ничьей - 0,2. Найдите вероятность того, что команда не проиграет.

ДЕНЬ 5 · УРОВНИ 3–4

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д5-У3-1 · МАРШРУТ

Вероятность того, что температура будет выше 10 °C, равна 0,8, а выше 20 °C - 0,4. Найдите вероятность температуры выше 10 °C, но не выше 20 °C.

Д5-У3-2

Вероятность того, что температура будет выше 10 °C, равна 0,8, а выше 20 °C - 0,5. Найдите вероятность температуры выше 10 °C, но не выше 20 °C.

Д5-У4-1 · МАРШРУТ

Вероятность того, что к вечеру в автомате А закончится вода, равна 0,45, в автомате Б - 0,35. Вероятность того, что вода закончится в обоих, равна 0,15. Найдите вероятность того, что вода останется в обоих.

Д5-У4-2

Вероятность того, что к вечеру в автомате А закончится вода, равна 0,45, в автомате Б - 0,35. Вероятность того, что вода закончится в обоих, равна 0,15. Найдите вероятность того, что вода закончится хотя бы в одном.

ДЕНЬ 5 · УРОВНИ 5–6

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д5-У5-1 · МАРШРУТ

Вероятность того, что деталь прослужит больше 1 года, равна 0,92, а больше 2 лет - 0,81. Найдите вероятность того, что срок службы больше 1 года, но не больше 2 лет.

Д5-У5-2

Вероятность того, что деталь прослужит больше 1 года, равна 0,92, а больше 2 лет - 0,81. Найдите вероятность того, что срок службы не больше 1 года или больше 2 лет.

Д5-У6-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Из 100 учеников английский изучают 70, немецкий 65, французский 55. Английский и немецкий изучают 50, английский и французский 45, немецкий и французский 45; все три языка - 40. Найдите вероятность того, что случайный ученик изучает ровно 1 из этих языков.

Д5-У6-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Из 100 учеников английский изучают 70, немецкий 65, французский 55. Английский и немецкий изучают 50, английский и французский 45, немецкий и французский 45; все три языка - 40. Найдите вероятность того, что случайный ученик изучает ровно 2 из этих языков.

ДЕНЬ 5 · УРОВЕНЬ 7

Олимпиадный резерв

Д5-У7-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Известно, что P(A)=0,6 и P(B)=0,7. Найдите наименьшую возможную вероятность события «A или Б».

Д5-У7-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Известно, что P(A)=0,6 и P(B)=0,7. Найдите наибольшую возможную вероятность того, что не произойдёт ни A, ни Б.

Самопроверка без подсказок

Д5-СП-1

P(A)=0,55, P(B)=0,4, P(A и B)=0,2. Найдите вероятность того, что не произойдёт ни A, ни Б.

Что вызвало трудность: _____

ДЕНЬ 6 · ТЕОРИЯ

Независимость и умножение

Цель: Использовать умножение только при обоснованной независимости и решать задачи о надёжности.

События независимы, если информация о наступлении одного не меняет вероятность другого. Независимость должна быть дана в условии или следовать из модели: например, независимые броски обычной монеты.

Для независимых событий вероятность совместного наступления равна произведению. То же верно для выбранных успехов и неудач: если вероятность успеха p, вероятность неудачи 1-p.

Последовательная система работает, когда работают все необходимые элементы. Параллельная система работает, когда работает хотя бы один элемент. Для второй модели сначала посчитайте полный отказ, затем возьмите дополнение.

Несовместность и независимость не одно и то же. Если два события с положительными вероятностями несовместны, наступление одного исключает другое: они зависимы. Выбор предметов без возвращения тоже обычно создаёт зависимость; его разберём в день 10.

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$P(X \geq 1) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i)$$

Требование	Что считать
Все работают	Произведение вероятностей работы
Все отказали	Произведение вероятностей отказа
Хотя бы один работает	1 минус вероятность всех отказов
Только первый работает	Работа первого × отказ второго

ЛОВУШКИ. Если независимость не дана, произведение может быть неверным. В задаче об отказах сначала решите, какие числа обозначают работу, а какие отказ.

ДЕНЬ 6 · ПРИМЕРЫ

Сначала разберём вместе

Д6-ПР-1

Два независимых стрелка попадают с вероятностями 0,6 и 0,7. Найдите вероятность двух попаданий.

1. Нужны оба попадания.
2. По независимости вероятность второго не меняется после первого.
3. Перемножаем 0,6·0,7.
4. Вычисляем: 0,42.

Ответ: 0,42.

Д6-ПР-2

Два независимых прибора отказывают с вероятностями 0,1 и 0,2. Найдите вероятность хотя бы одного исправного.

1. Дополнение - оба отказали.
2. Вероятность двух отказов 0,1·0,2=0,02.
3. Искомая вероятность 1-0,02.
4. Вычисляем: 0,98.

Ответ: 0,98.

Д6-ПР-3

Три независимых блока работают с вероятностью 0,9 каждый. Все три необходимы для работы системы. Найдите вероятность работы системы.

1. Здесь требуется работа каждого блока.
2. Путь успеха единственный: работают все.
3. Вероятность $0,9^3$.
4. Вычисляем: 0,729.

Ответ: 0,729.

ДЕНЬ 6 · УРОВНИ 1–2

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д6-У1-1 · МАРШРУТ

Два независимых датчика срабатывают с вероятностями 0,5 и 0,4. Найдите вероятность срабатывания обоих.

Д6-У1-2

Два независимых датчика срабатывают с вероятностями 0,5 и 0,6. Найдите вероятность срабатывания обоих.

Д6-У2-1 · МАРШРУТ

Стрелок попадает с вероятностью 0,8 при каждом выстреле. Выстрелы независимы. Найдите вероятность двух попаданий подряд.

Д6-У2-2

Стрелок попадает с вероятностью 0,9 при каждом выстреле. Выстрелы независимы. Найдите вероятность двух попаданий подряд.

ДЕНЬ 6 · УРОВНИ 3–4

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д6-У3-1 · МАРШРУТ

Два прибора выходят из строя независимо с вероятностью 0,1 каждый. Найдите вероятность того, что оба останутся исправны.

Д6-У3-2

Два прибора выходят из строя независимо с вероятностью 0,2 каждый. Найдите вероятность того, что оба останутся исправны.

Д6-У4-1 · МАРШРУТ

Три независимых канала связи отказывают с вероятностью 0,1 каждый. Система работает, если исправен хотя бы один канал. Найдите вероятность работы системы.

Д6-У4-2

Три независимых канала связи отказывают с вероятностью 0,2 каждый. Система работает, если исправен хотя бы один канал. Найдите вероятность работы системы.

ДЕНЬ 6 · УРОВНИ 5–6

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д6-У5-1 · МАРШРУТ

Два одинаковых независимых устройства проходят испытание с одной и той же неизвестной вероятностью p. Вероятность того, что оба пройдут испытание, равна 0,64. Найдите p.

Д6-У5-2

Два одинаковых независимых устройства проходят испытание с одной и той же неизвестной вероятностью p. Вероятность того, что оба пройдут испытание, равна 0,81. Найдите p.

Д6-У6-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Система работает, если работает блок А и хотя бы один из блоков Б, В. Каждый блок работает с вероятностью 0,8, независимо от других. Найдите вероятность работы системы.

Д6-У6-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Система работает, если работает блок А и хотя бы один из блоков Б, В. Каждый блок работает с вероятностью 0,9, независимо от других. Найдите вероятность работы системы.

ДЕНЬ 6 · УРОВЕНЬ 7

Олимпиадный резерв

Д6-У7-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Независимо бросают три монеты. Датчик А загорается, если первые две монеты различны; Б - если вторая и третья различны; В - если первая и третья различны. Найдите вероятность того, что ни один датчик не загорится.

Д6-У7-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Независимо бросают три монеты. Датчик А загорается, если первые две монеты различны; Б - если вторая и третья различны; В - если первая и третья различны. Найдите вероятность того, что загорятся все три датчика.

Самопроверка без подсказок

Д6-СП-1

Три независимых прибора исправны с вероятностью 0,9 каждый. Найдите вероятность хотя бы одного исправного.

Что вызвало трудность: _____

ДЕНЬ 7 · ПОВТОРЕНИЕ

Шесть вопросов перед контролем

1. Что является равновозможным исходом?

2. Меняется ли общее число мест после получения условия?

3. Учтён ли порядок в монетах и кубиках?

4. Каково точное противоположное событие?

5. Пересекаются ли события, которые я складываю?

6. Дана ли независимость событий, которые я перемножаю?

Порядок работы: 10 минут повторения → 20 минут контрольной → 15–25 минут проверки и исправлений.

После проверки: 9–10 верных - переходите дальше; 7–8 - исправьте ошибки и решите вторые задачи соответствующих уровней; 0–6 - вернитесь к затруднившим темам перед второй неделей. Это учебные ориентиры, не шкала баллов ЕГЭ.

ДЕНЬ 7 · 20 МИНУТ НА ВСЮ РАБОТУ

Контрольная · задания 1–4

Д7-К-1

В пачке 50 наклеек, 13 с животными. Найдите вероятность случайно выбрать наклейку с животным.

Д7-К-2

Из 80 билетов 12 не выучены. Найдите вероятность получить выученный билет.

Д7-К-3

На конференции 40 докладов: 9 в первый день, 15 во второй, остальные в третий. Порядок случайный. Найдите вероятность выступления Д. в третий день.

Д7-К-4

Монету бросают трижды. Найдите вероятность ровно двух решек.

ДЕНЬ 7 · 20 МИНУТ НА ВСЮ РАБОТУ

Контрольная · задания 5–8

Д7-К-5

Два кубика бросают одновременно. Найдите вероятность того, что оба значения нечётны.

Д7-К-6

Монету бросают пять раз. Найдите вероятность хотя бы одного орла.

Д7-К-7

Вероятность победы 0,42, ничьей 0,31. Найдите вероятность поражения.

Д7-К-8

Вероятность срока службы больше 3 лет равна 0,86, больше 5 лет - 0,61. Найдите вероятность срока больше 3, но не больше 5 лет.

ДЕНЬ 7 · 20 МИНУТ НА ВСЮ РАБОТУ

Контрольная · задания 9–10

Д7-К-9

Два независимых стрелка попадают с вероятностями 0,75 и 0,8. Найдите вероятность двух попаданий.

Д7-К-10

Два независимых автомата отказывают с вероятностью 0,15 каждый. Найдите вероятность того, что хотя бы один исправен.

ДЕНЬ 8 · ТЕОРИЯ

Сценарии и дерево вероятностей

Цель: Разбивать сложное событие на непересекающиеся сценарии: вдоль ветви умножать, между ветвями складывать.

Сложное событие удобно описывать последовательностями успехов и неудач. Для «ровно одного успеха из двух» подходят УН и НУ. Вероятности этих сценариев складывают, потому что они несовместны.

Вдоль полного пути дерева вероятности перемножаются. Если шаги независимы, на каждом шаге используют исходную вероятность. Если зависимы, берут вероятность следующего шага при уже произошедших событиях; подробнее - в день 10.

Когда вероятности успеха различны, одинаковое число успехов не означает одинаковую вероятность сценариев. Для трёх стрелков нельзя без проверки умножить вероятность одной ветви на 3.

В задачах об очках сначала выпишите допустимые наборы результатов. За победу 3 очка, за ничью 1: четыре очка за два матча - только победа и ничья в двух порядках. Шесть очков - две победы. Три очка - победа и поражение.

$$P(X=1) = p_1(1-p_2) + (1-p_1)p_2$$

Ветвь	Вероятность	Ровно один?
УУ	p_1p_2	Нет
УН	$p_1(1-p_2)$	Да
НУ	$(1-p_1)p_2$	Да
НН	$(1-p_1)(1-p_2)$	Нет

ЛОВУШКИ. Не складывайте пересекающиеся пути. «Ровно один» исключает оба успеха. Множитель числа перестановок допустим только для равновероятных сценариев.

ДЕНЬ 8 · ПРИМЕРЫ

Сначала разберём вместе

Д8-ПР-1

Два независимых игрока выигрывают с вероятностями 0,8 и 0,3. Найдите вероятность ровно одного выигрыша.

1. Подходят выигрыш-проигрыш и проигрыш-выигрыш.
2. Их вероятности $0{,}8\cdot0{,}7=0{,}56$ и $0{,}2\cdot0{,}3=0{,}06$.
3. Складываем $0{,}56+0{,}06$.
4. Вычисляем: 0,62.

Ответ: 0,62.

Д8-ПР-2

Три независимых выстрела дают попадание с вероятностью 0,7. Найдите вероятность ровно двух попаданий.

1. Сценарии ППМ, ПМП, МПП.
2. У каждого вероятность $0{,}7^2\cdot0{,}3=0{,}147$.
3. Складываем три одинаковых вклада: $3\cdot0{,}147$.
4. Вычисляем: 0,441.

Ответ: 0,441.

Д8-ПР-3

Первый и второй блоки работают независимо с вероятностями 0,5 и 0,8. Найдите вероятность того, что работают оба или не работает ни один.

1. Подходят два сценария: оба работают; оба отказали.
2. Вероятности $0{,}5\cdot0{,}8=0{,}4$ и $0{,}5\cdot0{,}2=0{,}1$.
3. Сумма 0,5.
4. Вычисляем: 0,5.

Ответ: 0,5.

ДЕНЬ 8 · УРОВНИ 1–2

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д8-У1-1 · МАРШРУТ

Два независимых игрока отвечают верно с вероятностями 0,5 и 0,4. Найдите вероятность ровно одного верного ответа.

Д8-У1-2

Два независимых игрока отвечают верно с вероятностями 0,5 и 0,6. Найдите вероятность ровно одного верного ответа.

Д8-У2-1 · МАРШРУТ

Каждая из двух ламп независимо исправна с вероятностью 0,8. Найдите вероятность того, что исправна ровно одна лампа.

Д8-У2-2

Каждая из двух ламп независимо исправна с вероятностью 0,9. Найдите вероятность того, что исправна ровно одна лампа.

ДЕНЬ 8 · УРОВНИ 3–4

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д8-У3-1 · МАРШРУТ

Три стрелка независимо делают по одному выстрелу. Вероятности попадания соответственно 0,8; 0,6; 0,4. Найдите вероятность ровно двух попаданий.

Д8-У3-2

Три стрелка независимо делают по одному выстрелу. Вероятности попадания соответственно 0,8; 0,6; 0,6. Найдите вероятность ровно двух попаданий.

Д8-У4-1 · МАРШРУТ

В каждом из двух независимых матчей команда побеждает с вероятностью 0,5, играет вничью с вероятностью 0,3, проигрывает с вероятностью 0,2. За победу дают 3 очка, за ничью 1. Найдите вероятность набрать ровно 4 очка.

Д8-У4-2

В каждом из двух независимых матчей команда побеждает с вероятностью 0,5, играет вничью с вероятностью 0,3, проигрывает с вероятностью 0,2. За победу дают 3 очка, за ничью 1. Найдите вероятность набрать ровно 3 очка.

ДЕНЬ 8 · УРОВНИ 5–6

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д8-У5-1 · МАРШРУТ

Каждая из трёх независимых попыток успешна с вероятностью 0,8. Найдите вероятность не менее двух успехов.

Д8-У5-2

Каждая из трёх независимых попыток успешна с вероятностью 0,9. Найдите вероятность не менее двух успехов.

Д8-У6-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Все четыре блока независимы. Для работы системы нужен хотя бы один работающий блок из пары А, Б и хотя бы один из пары В, Г. Вероятности работы: 0,6; 0,8; 0,5; 0,4. Найдите вероятность работы системы.

Д8-У6-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Все четыре блока независимы. Для работы системы нужен хотя бы один работающий блок из пары А, Б и хотя бы один из пары В, Г. Вероятности работы: 0,6; 0,8; 0,5; 0,6. Найдите вероятность работы системы.

ДЕНЬ 8 · УРОВЕНЬ 7

Олимпиадный резерв

Д8-У7-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Есть пять независимых каналов: A-X, A-Y, X-Б, Y-Б и X-Y. Каждый работает с вероятностью 0,5. Связь между А и Б возможна по любому пути из работающих каналов. Найдите вероятность связи.

Д8-У7-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Есть пять независимых каналов: A-X, A-Y, X-Б, Y-Б и X-Y. Каждый работает с вероятностью 0,4. Связь между А и Б возможна по любому пути из работающих каналов. Найдите вероятность связи.

Самопроверка без подсказок

Д8-СП-1

Два независимых стрелка попадают с вероятностями 0,7 и 0,6. Найдите вероятность ровно одного попадания.

Что вызвало трудность: _____

ДЕНЬ 9 · ТЕОРИЯ

Серии до успеха и биатлон

Цель: Учитывать момент первого успеха и условие остановки опыта.

Первый успех на k-м испытании означает k-1 неудач, затем успех. Это ровно одна последовательность, поэтому коэффициента k перед формулой нет.

Успех не позднее k-й попытки означает хотя бы один успех среди первых k попыток. Если опыт прекращается после успеха, можно мысленно добавить неиспользованные попытки: событие успеха от этого не изменится.

Для остановки после r-го успеха на n-м испытании последнее испытание обязательно успешно, а среди первых n-1 должно быть ровно r-1 успехов. До последнего шага условие остановки не должно быть выполнено.

В биатлоне читайте, сколько патронов основных и дополнительных. Один основной плюс три дополнительных - максимум четыре выстрела. В серии до трёх побед счёт 3:2 требует решающей пятой победы; нельзя считать все последовательности с тремя победами без ограничения на последний матч.

$$P(T = k) = (1 - p)^{k-1}p$$

$$P(T \le k) = 1 - (1 - p)^{k}$$

Фраза	Последовательности
Первый успех на третьем	ННУ
Успех не позднее третьего	У; НУ; ННУ
Второй успех на третьем	УНУ; НУУ
Не подходит для предыдущей строки	УУН: остановка была раньше

ЛОВУШКИ. Не умножайте вероятность первого успеха на номер попытки. Последний выстрел в опыте с остановкой не является произвольным.

ДЕНЬ 9 · ПРИМЕРЫ

Сначала разберём вместе

Д9-ПР-1

Первое попадание должно произойти на третьем выстреле; вероятность попадания 0,5, выстрелы независимы. Найдите вероятность.

1. Событие записывается ММП.
2. Раннее попадание запрещено условием.
3. Вероятность $0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5$.
4. Вычисляем: 0,125.

Ответ: 0,125.

Д9-ПР-2

Вероятность успеха 0,4. Попытки независимы. Найдите вероятность успеха не позднее второй попытки.

1. Дополнение - две неудачи, вероятность $0,6^2=0,36$.
2. Вычитаем из 1: 1-0,36.
3. Другой способ: успех сразу или после одной неудачи, $0,4+0,6 \cdot 0,4$.
4. Вычисляем: 0,64.

Ответ: 0,64.

Д9-ПР-3

Стрельба продолжается до второго попадания. p=0,5, выстрелы независимы. Найдите вероятность завершения на четвёртом выстреле.

1. Четвёртый выстрел должен быть попаданием.
2. В первых трёх ровно одно попадание: три возможных места.
3. Вероятность $3 \cdot 0,5^4$.
4. Вычисляем: 0,1875.

Ответ: 0,1875.

ДЕНЬ 9 · УРОВНИ 1–2

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д9-У1-1 · МАРШРУТ

Вероятность попадания в каждом независимом выстреле 0,7. Найдите вероятность того, что первое попадание произойдёт на втором выстреле.

Д9-У1-2

Вероятность попадания в каждом независимом выстреле 0,8. Найдите вероятность того, что первое попадание произойдёт на втором выстреле.

Д9-У2-1 · МАРШРУТ

Стрелок независимо попадает с вероятностью 0,8. Найдите вероятность того, что первое попадание произойдёт на 3-м выстреле.

Д9-У2-2

Стрелок независимо попадает с вероятностью 0,8. Найдите вероятность того, что первое попадание произойдёт на 4-м выстреле.

ДЕНЬ 9 · УРОВНИ 3–4

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д9-У3-1 · МАРШРУТ

Вероятность успеха при каждой независимой попытке 0,4. Разрешено не более трёх попыток. Найдите вероятность добиться успеха.

Д9-У3-2

Вероятность успеха при каждой независимой попытке 0,6. Разрешено не более трёх попыток. Найдите вероятность добиться успеха.

Д9-У4-1 · МАРШРУТ

Биатлонист стреляет по одной мишени до попадания. Вероятность попадания каждым выстрелом 0,8, выстрелы независимы. У него один основной и три дополнительных патрона. Найдите вероятность того, что мишень будет закрыта последним дополнительным патроном.

Д9-У4-2

Биатлонист стреляет по одной мишени до попадания. Вероятность попадания каждым выстрелом 0,75, выстрелы независимы. У него один основной и три дополнительных патрона. Найдите вероятность того, что мишень будет закрыта последним дополнительным патроном.

ДЕНЬ 9 · УРОВНИ 5–6

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д9-У5-1 · МАРШРУТ

Стрелок стреляет до второго попадания. Вероятность попадания 0,6, выстрелы независимы. Найдите вероятность того, что он закончит стрельбу ровно после третьего выстрела.

Д9-У5-2

Стрелок стреляет до второго попадания. Вероятность попадания 0,8, выстрелы независимы. Найдите вероятность того, что он закончит стрельбу ровно после третьего выстрела.

Д9-У6-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Команды играют до третьей победы одной из них, ничьих нет. В каждой независимой игре команда А побеждает с вероятностью 0,5. Найдите вероятность того, что А выиграет серию со счётом 3:2.

Д9-У6-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Команды играют до третьей победы одной из них, ничьих нет. В каждой независимой игре команда А побеждает с вероятностью 0,6. Найдите вероятность того, что А выиграет серию со счётом 3:2.

ДЕНЬ 9 · УРОВЕНЬ 7

Олимпиадный резерв

Д9-У7-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Аня и Боря по очереди бросают монету, начиная с Ани. Вероятность орла в каждом независимом броске 0,5. Выигрывает тот, кто первым получит орла. Найдите вероятность победы Ани.

Д9-У7-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Аня и Боря по очереди бросают монету, начиная с Ани. Вероятность орла в каждом независимом броске 0,4. Выигрывает тот, кто первым получит орла. Найдите вероятность победы Ани.

Самопроверка без подсказок

Д9-СП-1

Вероятность успеха в независимой попытке 0,3. Найдите вероятность первого успеха ровно на третьей попытке.

Что вызвало трудность: _____

ДЕНЬ 10 · ТЕОРИЯ

Условная вероятность

Цель: Менять пространство исходов после получения информации и считать выбор без возвращения.

Условная вероятность P(A|B) - вероятность A, когда известно, что произошло B. Сначала оставляем только исходы из B. Если они равновозможны, делим число исходов A и B на число исходов B.

В общей формуле числитель - вероятность совместного события, знаменатель - вероятность условия. Важно P(B)>0. P(A|B) и P(B|A) обычно различны.

При выборе без возвращения состав коробки меняется после каждого извлечения. Для двух белых шаров из W белых среди N: сначала W/N, затем (W-1)/(N-1). При возвращении первый выбор не меняет состав.

Полученная информация должна быть точной. «Первый бросок - орёл» и «хотя бы один бросок - орёл» оставляют разные наборы исходов. Нельзя бездумно заменять одно условие другим.

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(B)P(A \mid B)$$

Два броска	Допустимые исходы	P(два орла)
Без условия	ОО, ОР, РО, РР	1/4
Первый орёл	ОО, ОР	1/2
Хотя бы один орёл	ОО, ОР, РО	1/3

ЛОВУШКИ. Знаменатель должен соответствовать условию. При извлечении без возвращения меняйте и число всех предметов, и число подходящих, если подходящий уже извлечён.

ДЕНЬ 10 · ПРИМЕРЫ

Сначала разберём вместе

Д10-ПР-1

Монету бросили дважды. Известно, что хотя бы раз выпал орёл. Найдите вероятность двух орлов.

1. РР исключается условием.
2. Остаются ОО, ОР, РО; они равновероятны.
3. Подходит один исход из трёх: 1/3.

Ответ: 1/3.

Д10-ПР-2

В коробке 3 белых и 2 чёрных шара. Без возвращения выбирают два шара. Найдите вероятность двух белых.

1. Первый белый: 3/5.
2. После него белых 2 из оставшихся 4: вероятность второго 2/4.
3. Произведение (3/5)·(2/4)=3/10=0,3.

Ответ: 0,3.

Д10-ПР-3

Из 40 участников 16 прошли первый этап, из них 10 прошли второй. Случайно выбран участник, прошедший первый этап. Найдите вероятность, что он прошёл второй.

1. Среди всех 40 вероятность второго этапа была бы 10/40.
2. Но условие оставляет только 16 прошедших первый этап.
3. Нужная вероятность 10/16=0,625.

Ответ: 0,625.

ДЕНЬ 10 · УРОВНИ 1–2

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д10-У1-1 · МАРШРУТ

В кружке 10 учеников, из них 4 девочек. Известно, что выбранный школьник состоит в этом кружке. Все участники кружка равновероятны. Найдите вероятность того, что выбрана девочка.

Д10-У1-2

В кружке 20 учеников, из них 8 девочек. Известно, что выбранный школьник состоит в этом кружке. Все участники кружка равновероятны. Найдите вероятность того, что выбрана девочка.

Д10-У2-1 · МАРШРУТ

Монету бросили дважды. Известно, что первый бросок дал орла. Найдите вероятность двух орлов.

Д10-У2-2

Монету бросили дважды. Известно, что второй бросок дал орла. Найдите вероятность двух орлов.

ДЕНЬ 10 · УРОВНИ 3–4

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д10-У3-1 · МАРШРУТ

В коробке 3 красных и 2 белых шаров. Случайно берут два шара подряд без возвращения. Найдите вероятность двух красных шаров.

Д10-У3-2

В коробке 4 красных и 2 белых шаров. Случайно берут два шара подряд без возвращения. Найдите вероятность двух красных шаров.

Д10-У4-1 · МАРШРУТ

Бросили два кубика. Известно, что сумма очков не больше 5. Найдите вероятность того, что хотя бы на одном кубике выпала единица.

Д10-У4-2

Бросили два кубика. Известно, что сумма очков не больше 5. Найдите вероятность того, что сумма очков равна 4.

ДЕНЬ 10 · УРОВНИ 5–6

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д10-У5-1 · МАРШРУТ

В группе 100 человек. Английский знают 50, немецкий 30, оба языка знают 20. Случайно выбрали одного из знающих английский. Найдите вероятность того, что он знает немецкий.

Д10-У5-2

В группе 100 человек. Английский знают 40, немецкий 30, оба языка знают 20. Случайно выбрали одного из знающих английский. Найдите вероятность того, что он знает немецкий.

Д10-У6-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Монету бросили 4 раз. Известно, что хотя бы раз выпал орёл. Найдите вероятность ровно одного орла.

Д10-У6-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Монету бросили 5 раз. Известно, что хотя бы раз выпал орёл. Найдите вероятность ровно одного орла.

ДЕНЬ 10 · УРОВЕНЬ 7

Олимпиадный резерв

Д10-У7-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Приз равновероятно скрыт за одной из 4 дверей. Игрок выбирает дверь. Ведущий знает, где приз, и всегда открывает 2 других пустых дверей, оставляя одну другую закрытой. Если есть выбор, он действует случайно. Найдите вероятность выиграть, сменив выбор на оставшуюся дверь.

Д10-У7-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Приз равновероятно скрыт за одной из 5 дверей. Игрок выбирает дверь. Ведущий знает, где приз, и всегда открывает 3 других пустых дверей, оставляя одну другую закрытой. Если есть выбор, он действует случайно. Найдите вероятность выиграть, сменив выбор на оставшуюся дверь.

Самопроверка без подсказок

Д10-СП-1

В коробке 4 белых и 5 чёрных шаров. Первый вынутый шар оказался чёрным и не возвращён. Найдите вероятность того, что следующий шар белый.

Что вызвало трудность: _____

ДЕНЬ 11 · ТЕОРИЯ

Полная вероятность

Цель: Взвешивать вероятности по возможным источникам, группам или первому шагу опыта.

Иногда событие может произойти через разные условия: изделие с разных заводов, шар из разных коробок, попадание разных стрелков. Сначала разбейте опыт на непересекающиеся случаи $H_1,\ldots,H_k$, которые вместе охватывают всё.

Вероятности этих случаев - веса. Их сумма равна 1. Для каждого случая умножьте его вес на вероятность нужного события внутри случая, затем сложите вклады.

Обычное среднее допустимо только при одинаковых весах. Если один завод выпускает 80% деталей, его влияние больше, чем у завода с 20%. Не путайте равновероятный выбор коробки с выбором случайного шара из объединения всех коробок.

В задаче о переносе шара разбейте опыт по цвету перенесённого шара. После переноса обязательно пересчитайте состав второй коробки. Вероятность следующего извлечения зависит от первой ветви.

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(H_i)P(A \mid H_i)$$

$$\sum_{i=1}^{k} P(H_i) = 1$$

Путь	Вес	Вероятность внутри	Вклад
Через H_1	w_1	p_1	w_1p_1
Через H_2	w_2	p_2	w_2p_2
Все пути	$w_1+w_2=1$	-	$w_1p_1+w_2p_2$

ЛОВУШКИ. Не складывайте условные вероятности без весов. Не усредняйте проценты брака, если объёмы выпуска различны.

ДЕНЬ 11 · ПРИМЕРЫ

Сначала разберём вместе

Д11-ПР-1

Коробку выбирают равновероятно из двух. В первой 10% красных шаров, во второй 70%. Найдите вероятность красного.

1. Вероятности выбора коробок 0,5 и 0,5.

2. Вклады красного: 0,5·0,1=0,05 и 0,5·0,7=0,35.

3. Сумма 0,4.

Ответ: 0,4.

Д11-ПР-2

70% продукции поступает с А, 30% с Б. Доли брака 0,02 и 0,12. Найдите вероятность брака.

1. Нельзя усреднять 0,02 и 0,12 без весов: объёмы различны.

2. Вклады 0,7·0,02=0,014 и 0,3·0,12=0,036.

3. Общая вероятность 0,05.

Ответ: 0,05.

Д11-ПР-3

Из коробки с одним белым и одним чёрным шаром случайно переносят шар в коробку с двумя белыми и одним чёрным. Затем из второй коробки берут случайный шар. Найдите вероятность белого.

1. Белый и чёрный переносят с вероятностями 1/2.

2. После белого переноса доля белых 3/4, после чёрного 2/4.

3. Получаем (1/2)·(3/4)+(1/2)·(2/4)=5/8=0,625.

Ответ: 0,625.

ДЕНЬ 11 · УРОВНИ 1–2

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д11-У1-1 · МАРШРУТ

Сначала равновероятно выбирают одну из двух коробок, затем случайный шар в ней. Доля белых шаров в первой коробке 0,2, во второй 0,6. Найдите вероятность белого шара.

Д11-У1-2

Сначала равновероятно выбирают одну из двух коробок, затем случайный шар в ней. Доля белых шаров в первой коробке 0,2, во второй 0,8. Найдите вероятность белого шара.

Д11-У2-1 · МАРШРУТ

Магазин получает 60% деталей с первого завода и 40% со второго. Доля брака на первом 5%, на втором 10%. Найдите вероятность брака у случайной детали из поставки.

Д11-У2-2

Магазин получает 60% деталей с первого завода и 40% со второго. Доля брака на первом 5%, на втором 20%. Найдите вероятность брака у случайной детали из поставки.

ДЕНЬ 11 · УРОВНИ 3–4

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д11-У3-1 · МАРШРУТ

Для выстрела случайно выбирают одного из четырёх спортсменов. Один попадает с вероятностью 0,8, остальные трое - с вероятностью 0,6 каждый. Найдите вероятность попадания.

Д11-У3-2

Для выстрела случайно выбирают одного из четырёх спортсменов. Один попадает с вероятностью 0,8, остальные трое - с вероятностью 0,8 каждый. Найдите вероятность попадания.

Д11-У4-1 · МАРШРУТ

Вероятность дождя 0,4. При дожде автобус опаздывает с вероятностью 0,1, без дождя - с вероятностью 0,3. Найдите вероятность опоздания.

Д11-У4-2

Вероятность дождя 0,4. При дожде автобус опаздывает с вероятностью 0,1, без дождя - с вероятностью 0,4. Найдите вероятность опоздания.

ДЕНЬ 11 · УРОВНИ 5–6

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д11-У5-1 · МАРШРУТ

Три линии выпускают соответственно 20%, 30% и 50% продукции. Доли брака на них 10%, 20% и 30%. Найдите вероятность брака у случайного изделия.

Д11-У5-2

Три линии выпускают соответственно 20%, 30% и 50% продукции. Доли брака на них 10%, 20% и 40%. Найдите вероятность брака у случайного изделия.

Д11-У6-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

В коробке А 2 красных и 1 белый шар. В коробке Б 1 красный и 2 белых. Из А случайно переносят один шар в Б, затем из Б берут случайный шар. Найдите вероятность красного шара из Б.

Д11-У6-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

В коробке А 3 красных и 1 белый шар. В коробке Б 1 красный и 2 белых. Из А случайно переносят один шар в Б, затем из Б берут случайный шар. Найдите вероятность красного шара из Б.

ДЕНЬ 11 · УРОВЕНЬ 7

Олимпиадный резерв

Д11-У7-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Есть 2 белых и 2 чёрных шаров. Их раскладывают в две непустые коробки. Затем равновероятно выбирают коробку и случайный шар в ней. Какой наибольшей может быть вероятность белого шара?

Д11-У7-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Есть 3 белых и 3 чёрных шаров. Их раскладывают в две непустые коробки. Затем равновероятно выбирают коробку и случайный шар в ней. Какой наибольшей может быть вероятность белого шара?

Самопроверка без подсказок

Д11-СП-1

30% деталей изготовлены на А, остальные на Б. Доля брака на А 0,02, на Б 0,06. Найдите вероятность брака у случайной детали.

Что вызвало трудность: _____

ДЕНЬ 12 · ТЕОРИЯ

Байес: причина по результату

Цель: Находить вероятность источника после наблюдения результата и отличать прямой вопрос от обратного.

Прямой вопрос: с какой вероятностью изделие с завода А бракованное? Обратный: изделие оказалось бракованным; с какой вероятностью оно с А? Это разные вероятности.

Сначала посчитайте полную вероятность наблюдаемого результата. Затем найдите вклад нужной причины в этот результат. Разделите нужный вклад на общий. Это формула Байеса; по смыслу она совпадает с пересчётом долей внутри новой группы.

Таблица условной партии часто проще символов. При долях 60% и 40% возьмите 1000 изделий: 600 и 400. Если брак 4% и 9%, получится 24 и 36 бракованных. Среди всех 60 бракованных доля второго завода 36/60.

Чем реже причина встречается изначально, тем осторожнее нужно трактовать даже сильный сигнал. Высокая вероятность положительного теста при дефекте не равна высокой вероятности дефекта при положительном тесте. Такие расширения помещены в резерв.

$$P(H_j \mid A) = \frac{P(H_j)P(A \mid H_j)}{\sum_i P(H_i)P(A \mid H_i)}$$

Источник	Всего	Доля брака	Бракованных
А	600	0,04	24
Б	400	0,09	36
Всего	1000	-	60

ЛОВУШКИ. В знаменателе должны быть все способы получить наблюдаемый результат. Не забывайте исходные доли источников.

ДЕНЬ 12 · ПРИМЕРЫ

Сначала разберём вместе

Д12-ПР-1

Две коробки выбирают равновероятно. Доли белых шаров 0,3 и 0,9. Шар оказался белым. Какова вероятность первой коробки?

1. Нужный путь: первая и белый, вероятность $0{,}5\cdot 0{,}3=0{,}15$.
2. Все белые: $0{,}15+0{,}5\cdot 0{,}9=0{,}6$.
3. Делим: $0{,}15/0{,}6=0{,}25$.

Ответ: 0,25.

Д12-ПР-2

60% изделий с А, 40% с Б. Доли брака 0,04 и 0,09. Изделие бракованное. Найдите вероятность, что оно с Б.

1. Представим 1000 изделий: 600 с А, 400 с Б.
2. Бракованных с А 24, с Б 36, всего 60.
3. Среди бракованных доля Б равна $36/60=0{,}6$.

Ответ: 0,6.

Д12-ПР-3

80% пассажиров едут по работе, остальные на отдых. Вероятность багажа у первых 0,25, у вторых 1. Пассажир с багажом. Найдите вероятность, что он едет на отдых.

1. Доля «работа и багаж»: $0{,}8\cdot 0{,}25=0{,}2$.
2. Доля «отдых и багаж»: $0{,}2\cdot 1=0{,}2$.
3. Среди имеющих багаж доля отдыхающих $0{,}2/(0{,}2+0{,}2)=0{,}5$.

Ответ: 0,5.

ДЕНЬ 12 · УРОВНИ 1–2

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д12-У1-1 · МАРШРУТ

Одну из двух коробок выбирают равновероятно. Доля белых шаров в первой 0,2, во второй 0,6. Из выбранной коробки взяли белый шар. Найдите вероятность того, что выбрана первая коробка.

Д12-У1-2

Одну из двух коробок выбирают равновероятно. Доля белых шаров в первой 0,25, во второй 0,75. Из выбранной коробки взяли белый шар. Найдите вероятность того, что выбрана первая коробка.

Д12-У2-1 · МАРШРУТ

80% изделий изготовлены на заводе А, 20% на заводе Б. Вероятность брака для А 0,1, для Б 0,4. Случайное изделие оказалось бракованным. Найдите вероятность, что оно изготовлено на Б.

Д12-У2-2

80% изделий изготовлены на заводе А, 20% на заводе Б. Вероятность брака для А 0,05, для Б 0,2. Случайное изделие оказалось бракованным. Найдите вероятность, что оно изготовлено на Б.

ДЕНЬ 12 · УРОВНИ 3–4

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д12-У3-1 · МАРШРУТ

Для выстрела выбирают стрелка А с вероятностью 0,25, стрелка Б - с вероятностью 0,75. Они попадают с вероятностями 0,6 и 0,2 соответственно. Произошло попадание. Найдите вероятность того, что стрелял А.

Д12-У3-2

Для выстрела выбирают стрелка А с вероятностью 0,25, стрелка Б - с вероятностью 0,75. Они попадают с вероятностями 0,9 и 0,3 соответственно. Произошло попадание. Найдите вероятность того, что стрелял А.

Д12-У4-1 · МАРШРУТ

Из двух равных по объёму партий выбирают случайную деталь. В первой доля годных 0,9, во второй 0,1. Деталь оказалась годной. Найдите вероятность её происхождения из первой партии.

Д12-У4-2

Из двух равных по объёму партий выбирают случайную деталь. В первой доля годных 0,8, во второй 0,2. Деталь оказалась годной. Найдите вероятность её происхождения из первой партии.

ДЕНЬ 12 · УРОВНИ 5–6

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д12-У5-1 · МАРШРУТ

Три линии дают 20%, 30%, 50% продукции. Вероятности брака на них 0,1; 0,2; 0,24. Изделие оказалось бракованным. Найдите вероятность, что оно с третьей линии.

Д12-У5-2

Три линии дают 20%, 30%, 50% продукции. Вероятности брака на них 0,2; 0,4; 0,48. Изделие оказалось бракованным. Найдите вероятность, что оно с третьей линии.

Д12-У6-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Дополнительная модель. Скрытый дефект есть у 1% деталей. При дефекте тест положителен с вероятностью 0,9; без дефекта - с вероятностью 0,05. Тест случайной детали положителен. Найдите вероятность наличия дефекта.

Д12-У6-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Дополнительная модель. Скрытый дефект есть у 2% деталей. При дефекте тест положителен с вероятностью 0,9; без дефекта - с вероятностью 0,05. Тест случайной детали положителен. Найдите вероятность наличия дефекта.

ДЕНЬ 12 · УРОВЕНЬ 7

Олимпиадный резерв

Д12-У7-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Одну из двух монет выбирают равновероятно: первая обычная, у второй на обеих сторонах орёл. Выбранную монету бросили 3 раз и каждый раз получили орла. Найдите вероятность того, что выбрали двустороннюю монету.

Д12-У7-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. Одну из двух монет выбирают равновероятно: первая обычная, у второй на обеих сторонах орёл. Выбранную монету бросили 4 раз и каждый раз получили орла. Найдите вероятность того, что выбрали двустороннюю монету.

Самопроверка без подсказок

Д12-СП-1

Две коробки выбирают равновероятно. В первой 80% белых шаров, во второй 20%. Вынут белый шар. Найдите вероятность первой коробки.

Что вызвало трудность: _____

ДЕНЬ 13 · ТЕОРИЯ

Сочетания, Бернулли и турниры

Цель: Считать число равновероятных сценариев и выбирать между сочетаниями, деревом и формулой Бернулли.

Сочетание C(n,k) - выбор k объектов из n без учёта порядка. В выборе пары АБ и БА - один набор. Факториал n! - произведение чисел от 1 до n; по определению 0!=1.

Схема Бернулли: число испытаний n заранее задано, испытания независимы, вероятность успеха p одна и та же. Для ровно k успехов выберите их места C(n,k) способами. Вероятность каждой последовательности $p^k(1-p)^{n-k}$.

При выборе без возвращения испытания зависимы, и формула Бернулли обычно неприменима. Вместо неё можно разделить число подходящих наборов на число всех наборов. В малых задачах последовательное извлечение с условными вероятностями даёт тот же результат.

В турнире различайте случайного соперника, случайную сетку и случайные результаты матчей. Для встречи двух заведомо сильнейших в финале нужны разные половины сетки. Для победы игрока в трёх независимых матчах нужны три успеха, и множитель сочетаний равен 1.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Модель	Подходящий метод
Одна заданная последовательность	Произведение по шагам
Ровно k успехов, одно p	Бернулли
Разные p	Сумма отдельных сценариев
Без возвращения	Условное умножение или сочетания

ЛОВУШКИ. Не теряйте коэффициент сочетаний. Не применяйте Бернулли при меняющемся составе коробки или разных вероятностях. Для первого успеха на k-м шаге коэффициент сочетаний не нужен.

ДЕНЬ 13 · ПРИМЕРЫ

Сначала разберём вместе

Д13-ПР-1

Четыре независимых испытания имеют p=0,5. Найдите вероятность ровно трёх успехов.

1. Неудача может стоять на любом из четырёх мест.
2. C(4,3)=4, вероятность каждого сценария $0{,}5^4=1/16$.
3. По Бернулли 4/16.
4. Вычисляем: 0,25.

Ответ: 0,25.

Д13-ПР-2

В коробке 4 белых и 1 чёрный шар. Выбирают два одновременно. Найдите вероятность двух белых.

1. Всего неупорядоченных пар C(5,2)=10.
2. Белых пар C(4,2)=6.
3. Вероятность 6/10=0,6.

Ответ: 0,6.

Д13-ПР-3

Для победы в турнире игрок должен выиграть три матча. В каждом матче независимо он побеждает с вероятностью 0,8. Найдите вероятность победы в турнире.

1. Все три победы обязательны.
2. Здесь не нужно выбирать места успехов: нужен один сценарий ППП.
3. Вероятность $0{,}8^3$.
4. Вычисляем: 0,512.

Ответ: 0,512.

ДЕНЬ 13 · УРОВНИ 1–2

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д13-У1-1 · МАРШРУТ

Монету бросают 3 раза. Найдите вероятность ровно одного орла.

Д13-У1-2

Монету бросают 4 раза. Найдите вероятность ровно одного орла.

Д13-У2-1 · МАРШРУТ

Вероятность успеха в каждом из трёх независимых испытаний 0,6. Найдите вероятность ровно двух успехов.

Д13-У2-2

Вероятность успеха в каждом из трёх независимых испытаний 0,8. Найдите вероятность ровно двух успехов.

ДЕНЬ 13 · УРОВНИ 3–4

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д13-У3-1 · МАРШРУТ

В турнире 6 игроков, в том числе Коля. Среди остальных 3 игроков из его клуба. Первого соперника Коли выбирают равновероятно из остальных. Найдите вероятность соперника из его клуба.

Д13-У3-2

В турнире 11 игроков, в том числе Коля. Среди остальных 4 игроков из его клуба. Первого соперника Коли выбирают равновероятно из остальных. Найдите вероятность соперника из его клуба.

Д13-У4-1 · МАРШРУТ

Монету бросают 5 раз. Найдите вероятность ровно двух орлов.

Д13-У4-2

Монету бросают 6 раз. Найдите вероятность ровно двух орлов.

ДЕНЬ 13 · УРОВНИ 5–6

Решите самостоятельно

В основной маршрут входит первая задача каждого уровня 1–5. Вторая - закрепление; уровень 6 - дополнительный.

Д13-У5-1 · МАРШРУТ

В коробке 3 красных и 2 белых шаров. Одновременно наугад выбирают два шара. Найдите вероятность того, что хотя бы один красный.

Д13-У5-2

В коробке 3 красных и 3 белых шаров. Одновременно наугад выбирают два шара. Найдите вероятность того, что шары разных цветов.

Д13-У6-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

8 игроков случайно расставлены в сетку турнира на выбывание. Два сильнейших всегда побеждают остальных. Найдите вероятность того, что они встретятся в финале.

Д13-У6-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

16 игроков случайно расставлены в сетку турнира на выбывание. Два сильнейших всегда побеждают остальных. Найдите вероятность того, что они встретятся в финале.

ДЕНЬ 13 · УРОВЕНЬ 7

Олимпиадный резерв

Д13-У7-1 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. 3 девочек и 3 мальчиков случайно разбивают на пары. Все разбиения равновероятны. Найдите вероятность того, что каждая пара состоит из мальчика и девочки.

Д13-У7-2 · ДОПОЛНИТЕЛЬНО

За рамками ЕГЭ. 4 девочек и 4 мальчиков случайно разбивают на пары. Все разбиения равновероятны. Найдите вероятность того, что каждая пара состоит из мальчика и девочки.

Самопроверка без подсказок

Д13-СП-1

Пять независимых испытаний успешны с вероятностью 0,2 каждое. Найдите вероятность ровно двух успехов.

Что вызвало трудность: _____

ДЕНЬ 14 · ИТОГ

Проверка без подсказок

Время контрольной - 25 минут. Всего 12 заданий: по одному на каждую тему. Не используйте формулы из тетради, примеры и ответы. Пишите вычисления рядом с условием.

Оставшиеся 20–35 минут посвятите проверке и карте ошибок. За каждую верно решённую задачу - 1 учебный балл. Это тематическая контрольная, а не полный вариант ЕГЭ.

Результат	Следующий шаг
12/12	Пройдите сложные вторые задачи уровней 4–5 в смешанном порядке.
10–11/12	Найдите причину каждой ошибки и повторите соответствующую модель.
7–9/12	Вернитесь к примерам нужных дней, затем решите вторые задачи уровней 3–5.
0–6/12	Укрепите базовые модели; повторите маршрут с разбором преподавателя.

Старт: _____ Финиш: _____ Результат: ____ / 12

Мой прогноз до проверки: _____

ДЕНЬ 14 · 25 МИНУТ НА ВСЮ РАБОТУ

Контрольная · задания 1–4

Д14-К-1

Из 200 изготовленных деталей 17 бракованных. Найдите вероятность того, что случайная деталь годна.

Д14-К-2

120 выступлений случайно распределили по дням: 35 в первый, 49 во второй, остальные в третий. Найдите вероятность выступления певца Н. в третий день.

Д14-К-3

Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность ровно двух орлов.

Д14-К-4

Монету бросают три раза. Найдите вероятность появления и орла, и решки.

ДЕНЬ 14 · 25 МИНУТ НА ВСЮ РАБОТУ

Контрольная · задания 5–8

Д14-К-5

Вероятности отказа двух приборов равны 0,2 и 0,3. Вероятность их совместного отказа 0,08. Найдите вероятность того, что оба исправны.

Д14-К-6

Три независимых прибора исправны с вероятностью 0,8 каждый. Найдите вероятность исправности всех трёх.

Д14-К-7

Два стрелка независимо попадают с вероятностями 0,9 и 0,4. Найдите вероятность ровно одного попадания.

Д14-К-8

Стрелок попадает с вероятностью 0,6, выстрелы независимы. Найдите вероятность первого попадания ровно на третьем выстреле.

ДЕНЬ 14 · 25 МИНУТ НА ВСЮ РАБОТУ

Контрольная · задания 9–12

Д14-К-9

Монету бросили трижды. Известно, что первый бросок дал орла. Найдите вероятность ровно двух орлов всего.

Д14-К-10

40% деталей изготовлены на А, остальные на Б. Доля брака на А 0,05, на Б 0,1. Найдите вероятность брака у случайной детали.

Д14-К-11

80% изделий поступили с А, 20% с Б. Доля брака на А 0,02, на Б 0,08. Случайное изделие оказалось бракованным. Найдите вероятность, что оно с Б.

Д14-К-12

Проводят четыре независимых испытания, вероятность успеха в каждом 0,3. Найдите вероятность ровно двух успехов.

ПОСЛЕ ПРОВЕРКИ

Карта типичных ошибок

Признак ошибки	Что исправить	Вернуться
Неверный знаменатель	Назвать исход и условие выбора	Дни 1, 2, 10
Пропущены перестановки	Выписать упорядоченные исходы	Дни 3, 8, 13
«Хотя бы» заменено на «ровно»	Записать событие словами	День 4
Сложены пересечения	Вычесть общий участок	День 5
Умножение без независимости	Проверить влияние первого шага	Дни 6, 10
Первый успех посчитан как любой	Зафиксировать предыдущие неудачи	День 9
Потеряны веса групп	Подписать вероятность каждой ветви	День 11
Перепутаны причина и результат	Выделить нужный вклад среди всех	День 12
Применён Бернулли без условий	Проверить одинаковое p и независимость	День 13
Верная модель, неверное число	Пересчитать дробями и проверить $0 \le P \le 1$	Соответствующий день

Заполните по каждой своей ошибке:

Задача	Моя причина	Что повторю	Дата проверки

БЫСТРАЯ ПРОВЕРКА

Ответы

Сначала 207 самостоятельных заданий, затем 36 примеров (ПР). В резерве обыкновенные дроби приведены в несократимом виде.

Задача	Ответ	Задача	Ответ	Задача	Ответ
Д1-ВХ-1	0,3	Д2-У5-1	0,2	Д4-У4-1	0,955
Д1-ВХ-2	0,1	Д2-У5-2	0,2	Д4-У4-2	0,955
Д1-ВХ-3	0,2	Д2-У6-1	2/9	Д4-У5-1	0,9375
Д1-ВХ-4	0,5	Д2-У6-2	2/11	Д4-У5-2	0,96875
Д1-ВХ-5	0,4	Д2-У7-1	1/3	Д4-У6-1	0,8125
Д1-У1-1	0,25	Д2-У7-2	1/3	Д4-У6-2	0,890625
Д1-У1-2	0,375	Д2-СП-1	0,25	Д4-У7-1	4/9
Д1-У2-1	0,3	Д3-У1-1	0,5	Д4-У7-2	19/49
Д1-У2-2	0,35	Д3-У1-2	0,5	Д4-СП-1	0,9375
Д1-У3-1	0,25	Д3-У2-1	0,25	Д5-У1-1	0,45
Д1-У3-2	0,3	Д3-У2-2	0,25	Д5-У1-2	0,45
Д1-У4-1	0,965	Д3-У3-1	0,375	Д5-У2-1	0,7
Д1-У4-2	0,955	Д3-У3-2	0,375	Д5-У2-2	0,8
Д1-У5-1	0,6	Д3-У4-1	0,5	Д5-У3-1	0,4
Д1-У5-2	0,6	Д3-У4-2	0,25	Д5-У3-2	0,3
Д1-У6-1	0,5	Д3-У5-1	0,25	Д5-У4-1	0,35
Д1-У6-2	0,5	Д3-У5-2	0,25	Д5-У4-2	0,65
Д1-У7-1	0,5	Д3-У6-1	1/6	Д5-У5-1	0,11
Д1-У7-2	0,5	Д3-У6-2	5/36	Д5-У5-2	0,89
Д1-СП-1	0,25	Д3-У7-1	0,328125	Д5-У6-1	0,3
Д2-У1-1	0,3	Д3-У7-2	0,265625	Д5-У6-2	0,2
Д2-У1-2	0,3	Д3-СП-1	0,5	Д5-У7-1	0,7
Д2-У2-1	0,35	Д4-У1-1	0,7	Д5-У7-2	0,3
Д2-У2-2	0,35	Д4-У1-2	0,6	Д5-СП-1	0,25
Д2-У3-1	0,45	Д4-У2-1	0,14	Д6-У1-1	0,2
Д2-У3-2	0,45	Д4-У2-2	0,14	Д6-У1-2	0,3
Д2-У4-1	0,4	Д4-У3-1	0,875	Д6-У2-1	0,64
Д2-У4-2	0,4	Д4-У3-2	0,9375	Д6-У2-2	0,81

БЫСТРАЯ ПРОВЕРКА

Ответы

Сначала 207 самостоятельных заданий, затем 36 примеров (ПР). В резерве обыкновенные дроби приведены в несократимом виде.

Задача	Ответ	Задача	Ответ	Задача	Ответ
Д6-У3-1	0,81	Д8-У4-2	0,2	Д10-У3-2	0,4
Д6-У3-2	0,64	Д8-У5-1	0,896	Д10-У4-1	0,7
Д6-У4-1	0,999	Д8-У5-2	0,972	Д10-У4-2	0,3
Д6-У4-2	0,992	Д8-У6-1	0,644	Д10-У5-1	0,4
Д6-У5-1	0,8	Д8-У6-2	0,736	Д10-У5-2	0,5
Д6-У5-2	0,9	Д8-У7-1	0,5	Д10-У6-1	4/15
Д6-У6-1	0,768	Д8-У7-2	0,34048	Д10-У6-2	5/31
Д6-У6-2	0,891	Д8-СП-1	0,46	Д10-У7-1	0,75
Д6-У7-1	0,25	Д9-У1-1	0,21	Д10-У7-2	0,8
Д6-У7-2	0	Д9-У1-2	0,16	Д10-СП-1	0,5
Д6-СП-1	0,999	Д9-У2-1	0,032	Д11-У1-1	0,4
Д7-К-1	0,26	Д9-У2-2	0,0064	Д11-У1-2	0,5
Д7-К-2	0,85	Д9-У3-1	0,784	Д11-У2-1	0,07
Д7-К-3	0,4	Д9-У3-2	0,936	Д11-У2-2	0,11
Д7-К-4	0,375	Д9-У4-1	0,0064	Д11-У3-1	0,65
Д7-К-5	0,25	Д9-У4-2	0,01171875	Д11-У3-2	0,8
Д7-К-6	0,96875	Д9-У5-1	0,288	Д11-У4-1	0,22
Д7-К-7	0,27	Д9-У5-2	0,256	Д11-У4-2	0,28
Д7-К-8	0,25	Д9-У6-1	0,1875	Д11-У5-1	0,23
Д7-К-9	0,6	Д9-У6-2	0,20736	Д11-У5-2	0,28
Д7-К-10	0,9775	Д9-У7-1	2/3	Д11-У6-1	5/12
Д8-У1-1	0,5	Д9-У7-2	0,625	Д11-У6-2	0,4375
Д8-У1-2	0,5	Д9-СП-1	0,147	Д11-У7-1	2/3
Д8-У2-1	0,32	Д10-У1-1	0,4	Д11-У7-2	0,7
Д8-У2-2	0,18	Д10-У1-2	0,4	Д11-СП-1	0,048
Д8-У3-1	0,464	Д10-У2-1	0,5	Д12-У1-1	0,25
Д8-У3-2	0,456	Д10-У2-2	0,5	Д12-У1-2	0,25
Д8-У4-1	0,3	Д10-У3-1	0,3	Д12-У2-1	0,5

БЫСТРАЯ ПРОВЕРКА

Ответы

Сначала 207 самостоятельных заданий, затем 36 примеров (ПР). В резерве обыкновенные дроби приведены в несократимом виде.

Задача	Ответ	Задача	Ответ	Задача	Ответ
Д12-У2-2	0,5	Д13-У7-2	8/35	Д4-ПР-3	0,5
Д12-У3-1	0,5	Д13-СП-1	0,2048	Д5-ПР-1	0,65
Д12-У3-2	0,5	Д14-К-1	0,915	Д5-ПР-2	0,8
Д12-У4-1	0,9	Д14-К-2	0,3	Д5-ПР-3	0,65
Д12-У4-2	0,8	Д14-К-3	0,375	Д6-ПР-1	0,42
Д12-У5-1	0,6	Д14-К-4	0,75	Д6-ПР-2	0,98
Д12-У5-2	0,6	Д14-К-5	0,58	Д6-ПР-3	0,729
Д12-У6-1	2/13	Д14-К-6	0,512	Д8-ПР-1	0,62
Д12-У6-2	18/67	Д14-К-7	0,58	Д8-ПР-2	0,441
Д12-У7-1	8/9	Д14-К-8	0,096	Д8-ПР-3	0,5
Д12-У7-2	16/17	Д14-К-9	0,5	Д9-ПР-1	0,125
Д12-СП-1	0,8	Д14-К-10	0,08	Д9-ПР-2	0,64
Д13-У1-1	0,375	Д14-К-11	0,5	Д9-ПР-3	0,1875
Д13-У1-2	0,25	Д14-К-12	0,2646	Д10-ПР-1	1/3
Д13-У2-1	0,432	Д1-ПР-1	0,4	Д10-ПР-2	0,3
Д13-У2-2	0,384	Д1-ПР-2	0,35	Д10-ПР-3	0,625
Д13-У3-1	0,6	Д1-ПР-3	0,3	Д11-ПР-1	0,4
Д13-У3-2	0,4	Д2-ПР-1	0,25	Д11-ПР-2	0,05
Д13-У4-1	0,3125	Д2-ПР-2	0,4	Д11-ПР-3	0,625
Д13-У4-2	0,234375	Д2-ПР-3	0,2	Д12-ПР-1	0,25
Д13-У5-1	0,9	Д3-ПР-1	0,5	Д12-ПР-2	0,6
Д13-У5-2	0,6	Д3-ПР-2	1/9	Д12-ПР-3	0,5
Д13-У6-1	4/7	Д3-ПР-3	0,5	Д13-ПР-1	0,25
Д13-У6-2	8/15	Д4-ПР-1	0,93	Д13-ПР-2	0,6
Д13-У7-1	0,4	Д4-ПР-2	0,75	Д13-ПР-3	0,512

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 1

Д1-ВХ-1 · Классическая вероятность

1. Всего 10 равновозможных ручек, благоприятных 3.
2. Вероятность 3/10 = 0,3.

Ответ: 0,3.

Д1-ВХ-2 · Классическая вероятность

1. Невыученных 20-18=2.
2. Вероятность 2/20 = 0,1.

Ответ: 0,1.

Д1-ВХ-3 · Классическая вероятность

1. Место Лены равновероятно среди 25 позиций; подходят 5.
2. Вероятность 5/25 = 0,2.

Ответ: 0,2.

Д1-ВХ-4 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Подходят ОР и РО из четырёх равновозможных последовательностей.
2. Получаем 2/4.
3. Вычисляем: 0,5.

Ответ: 0,5.

Д1-ВХ-5 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. События независимы.
2. Перемножаем 0,8·0,5.
3. Вычисляем: 0,4.

Ответ: 0,4.

Д1-У1-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 4 исходов равновозможны.
2. Благоприятных исходов 1.
3. Делим число благоприятных исходов на общее: 1/4 = 0,25.

Ответ: 0,25.

Д1-У1-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 8 исходов равновозможны.
2. Благоприятных исходов 3.
3. Делим число благоприятных исходов на общее: 3/8 = 0,375.

Ответ: 0,375.

Д1-У2-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 40 исходов равновозможны.
2. Благоприятных исходов 12.
3. Делим число благоприятных исходов на общее: 12/40 = 0,3.

Ответ: 0,3.

Д1-У2-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 60 исходов равновозможны.
2. Благоприятных исходов 21.
3. Делим число благоприятных исходов на общее: 21/60 = 0,35.

Ответ: 0,35.

Д1-У3-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 60 исходов равновозможны.
2. Благоприятных исходов 15.
3. Делим число благоприятных исходов на общее: 15/60 = 0,25.

Ответ: 0,25.

Д1-У3-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 80 исходов равновозможны.
2. Благоприятных исходов 24.
3. Делим число благоприятных исходов на общее: 24/80 = 0,3.

Ответ: 0,3.

Д1-У4-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 200 исходов равновозможны.
2. Исправных ламп 200 - 7 = 193. Считаем лампы, а не их типы.
3. Делим число благоприятных исходов на общее: 193/200 = 0,965.

Ответ: 0,965.

Д1-У4-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 400 исходов равновозможны.
2. Исправных ламп 400 - 18 = 382. Считаем лампы, а не их типы.
3. Делим число благоприятных исходов на общее: 382/400 = 0,955.

Ответ: 0,955.

Д1-У5-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 100 исходов равновозможны.
2. Кратных 2: 50; кратных 5: 20. Кратные 10 посчитаны дважды, поэтому их 10 нужно вычесть.
3. Делим число благоприятных исходов на общее: 60/100 = 0,6.

Ответ: 0,6.

Д1-У5-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 200 исходов равновозможны.

2. Кратных 2: 100; кратных 5: 40. Кратные 10 посчитаны дважды, поэтому их 20 нужно вычесть.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 120/200 = 0,6.

Ответ: 0,6.

Д1-У6-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 100 исходов равновозможны.

2. Берём 50 кратных 2 и 20 кратных 5. Каждое из 10 кратных 10 надо удалить из обоих списков: 50+20-2·10.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 50/100 = 0,5.

Ответ: 0,5.

Д1-У6-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 200 исходов равновозможны.

2. Берём 100 кратных 2 и 40 кратных 5. Каждое из 20 кратных 10 надо удалить из обоих списков: 100+40-2·20.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 100/200 = 0,5.

Ответ: 0,5.

Д1-У7-1 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 6 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^6 = 64$.

2. Разбейте строки на пары: у каждой строки измените только последнюю цифру. В каждой паре ровно одна строка имеет чётное число единиц. Поэтому подходит ровно половина строк.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 64 равно 0,5.

Ответ: 0,5.

Д1-У7-2 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 7 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^7 = 128$.

2. Разбейте строки на пары: у каждой строки измените только последнюю цифру. В каждой паре ровно одна строка имеет чётное число единиц. Поэтому подходит ровно половина строк.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 128 равно 0,5.

Ответ: 0,5.

Д1-СП-1 · Классическая вероятность

1. Кратные 4: 4, 8, …, 40. Их 10.

2. Вероятность 10/40 = 0,25.

Ответ: 0,25.

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 2

Д2-У1-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 10 исходов равновозможны.

2. Участник К. равновероятно занимает любое из 10 мест в случайном порядке; первые 3 мест означают дежурство.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 3/10 = 0,3.

Ответ: 0,3.

Д2-У1-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 20 исходов равновозможны.

2. Участник К. равновероятно занимает любое из 20 мест в случайном порядке; первые 6 мест означают дежурство.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 6/20 = 0,3.

Ответ: 0,3.

Д2-У2-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 20 исходов равновозможны.

2. Благоприятных исходов 7.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 7/20 = 0,35.

Ответ: 0,35.

Д2-У2-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 40 исходов равновозможны.

2. Благоприятных исходов 14.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 14/40 = 0,35.

Ответ: 0,35.

Д2-У3-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 40 исходов равновозможны.

2. На третий день остаётся 40-8-14 = 18 мест.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 18/40 = 0,45.

Ответ: 0,45.

Д2-У3-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 80 исходов равновозможны.

2. На третий день остаётся 80-16-28 = 36 мест.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 36/80 = 0,45.

Ответ: 0,45.

Д2-У4-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 25 исходов равновозможны.

2. В первых двух рейсах 10 мест. Считаем долю мест среди всех 25 туристов.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 10/25 = 0,4.

Ответ: 0,4.

Д2-У4-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 50 исходов равновозможны.

2. В первых двух рейсах 20 мест. Считаем долю мест среди всех 50 туристов.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 20/50 = 0,4.

Ответ: 0,4.

Д2-У5-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 20 исходов равновозможны.

2. Место Саши уже занято. Для Пети остаётся 20 мест, из них 4 в группе А.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 4/20 = 0,2.

Ответ: 0,2.

Д2-У5-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 25 исходов равновозможны.

2. Место Саши уже занято. Для Пети остаётся 25 мест, из них 5 в группе А.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 5/25 = 0,2.

Ответ: 0,2.

Д2-У6-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 9 исходов равновозможны.

2. Зафиксируем место Ани. Для Бори остаётся 9 равновозможных мест, два из них соседние с Аней.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 2/9 = 2/9.

Ответ: 2/9.

Д2-У6-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 11 исходов равновозможны.

2. Зафиксируем место Ани. Для Бори остаётся 11 равновозможных мест, два из них соседние с Аней.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 2/11 = 2/11.

Ответ: 2/11.

Д2-У7-1 · Симметрия относительного порядка

1. Положение остальных людей не меняет относительный порядок трёх выбранных участников.

2. У этих троих 3! = 6 равновозможных порядков. Аня первая в двух: АБВ и АВБ.

3. Вероятность равна 2/6 = 1/3. Второй способ: каждый из троих с одинаковой вероятностью идёт раньше остальных.

Ответ: 1/3.

Д2-У7-2 · Симметрия относительного порядка

1. Положение остальных людей не меняет относительный порядок трёх выбранных участников.

2. У этих троих 3! = 6 равновозможных порядков. Аня первая в двух: АБВ и АВБ.

3. Вероятность равна 2/6 = 1/3. Второй способ: каждый из троих с одинаковой вероятностью идёт раньше остальных.

Ответ: 1/3.

Д2-СП-1 · Классическая вероятность

1. В третий день 80-24-36=20 выступлений.

2. Все 80 мест равновероятны.

3. Вероятность 20/80=0,25.

Ответ: 0,25.

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 3

ДЗ-У1-1 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 1 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^1 = 2$.

2. Подходит один из двух исходов.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 2 равно 0,5.

Ответ: 0,5.

ДЗ-У1-2 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 1 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^1 = 2$.

2. Подходит один из двух исходов.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 2 равно 0,5.

Ответ: 0,5.

ДЗ-У2-1 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 2 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^2 = 4$.

2. Возможны РР, РО, ОР, ОО. Подходит одна последовательность.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 4 равно 0,25.

Ответ: 0,25.

ДЗ-У2-2 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 2 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^2 = 4$.

2. Возможны РР, РО, ОР, ОО. Подходит одна последовательность.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 4 равно 0,25.

Ответ: 0,25.

ДЗ-У3-1 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 3 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^3 = 8$.

2. При одном орле это ОРР, РОР, РРО; при двух орлах это ООР, ОРО, РОО. В каждом случае три исхода.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 8 равно 0,375.

Ответ: 0,375.

ДЗ-У3-2 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 3 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^3 = 8$.

2. При одном орле это ОРР, РОР, РРО; при двух орлах это ООР, ОРО, РОО. В каждом случае три исхода.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 8 равно 0,375.

Ответ: 0,375.

ДЗ-У4-1 · Таблица из 36 равновозможных исходов

1. Исходом служит упорядоченная пара. Всего 6·6 = 36 пар.

2. Чётная сумма получается у двух чётных или двух нечётных чисел: 9+9 = 18 пар.

3. Делим на 36 и получаем 0,5.

Ответ: 0,5.

ДЗ-У4-2 · Таблица из 36 равновозможных исходов

1. Исходом служит упорядоченная пара. Всего 6·6 = 36 пар.

2. Нечётное произведение возможно только у двух нечётных чисел: 3·3 = 9 пар.

3. Делим на 36 и получаем 0,25.

Ответ: 0,25.

ДЗ-У5-1 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 4 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^4 = 16$.

2. Выбираем место единственного орла (или единственной решки). Таких мест 4, а всего последовательностей 16.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 16 равно 0,25.

Ответ: 0,25.

ДЗ-У5-2 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 4 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^4 = 16$.

2. Выбираем место единственного орла (или единственной решки). Таких мест 4, а всего последовательностей 16.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 16 равно 0,25.

Ответ: 0,25.

ДЗ-У6-1 · Таблица исходов

1. Всего 36 упорядоченных пар.

2. Подходящие пары: (1, 6); (2, 5); (3, 4); (4, 3); (5, 2); (6, 1).

3. Их 6, поэтому вероятность 6/36.

Ответ: 1/6.

ДЗ-У6-2 · Таблица исходов

1. Всего 36 упорядоченных пар.

2. Подходящие пары: (2, 6); (3, 5); (4, 4); (5, 3); (6, 2).

3. Их 5, поэтому вероятность 5/36.

Ответ: 5/36.

ДЗ-У7-1 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 6 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^6 = 64$.

2. Пусть a_n - число допустимых строк длины n. Строка заканчивается на Р (a_{n-1} вариантов) или на РО (a_{n-2} вариантов). Поэтому $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$. Начало: $a_1=2$, $a_2=3$; далее 5, 8, 13, 21, 34. Делим нужное число на 2^n.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 64 равно 0,328125.

Ответ: 0,328125.

ДЗ-У7-2 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 7 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^7 = 128$.

2. Пусть a_n - число допустимых строк длины n. Строка заканчивается на Р (a_{n-1} вариантов) или на РО (a_{n-2} вариантов). Поэтому $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$. Начало: $a_1=2$, $a_2=3$; далее 5, 8, 13, 21, 34. Делим нужное число на 2^n.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 128 равно 0,265625.

Ответ: 0,265625.

ДЗ-СП-1 · Таблица исходов

1. Один кубик должен быть чётным, другой нечётным.

2. Подходят 3·3+3·3=18 пар из 36.

3. Вероятность 18/36=0,5.

Ответ: 0,5.

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 4

Д4-У1-1 · Вероятность противоположного события

1. Дождь и отсутствие дождя - противоположные события.

2. Их вероятности в сумме равны 1.

3. Искомая вероятность 1 - 0,3 = 0,7.

Ответ: 0,7.

Д4-У1-2 · Вероятность противоположного события

1. Дождь и отсутствие дождя - противоположные события.

2. Их вероятности в сумме равны 1.

3. Искомая вероятность 1 - 0,4 = 0,6.

Ответ: 0,6.

Д4-У2-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 50 исходов равновозможны.

2. Незнакомых билетов 50-(43) = 7. Можно также вычесть вероятность знакомого билета из 1.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 7/50 = 0,14.

Ответ: 0,14.

Д4-У2-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 100 исходов равновозможны.

2. Незнакомых билетов 100-(86) = 14. Можно также вычесть вероятность знакомого билета из 1.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 14/100 = 0,14.

Ответ: 0,14.

Д4-У3-1 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 3 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^3 = 8$.

2. Противоположное событие - все броски дали решку. Это одна последовательность из всех. Вычитаем её вероятность из 1.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 8 равно 0,875.

Ответ: 0,875.

Д4-У3-2 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 4 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^4 = 16$.

2. Противоположное событие - все броски дали решку. Это одна последовательность из всех. Вычитаем её вероятность из 1.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 16 равно 0,9375.

Ответ: 0,9375.

Д4-У4-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 200 исходов равновозможны.

2. Благоприятных исходов 191.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 191/200 = 0,955.

Ответ: 0,955.

Д4-У4-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 400 исходов равновозможны.

2. Благоприятных исходов 382.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 382/400 = 0,955.

Ответ: 0,955.

Д4-У5-1 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 5 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^5 = 32$.

2. Не подходят только две строки: все орлы и все решки. Поэтому вероятность $1 - 2/2^n$.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 32 равно 0,9375.

Ответ: 0,9375.

Д4-У5-2 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 6 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^6 = 64$.

2. Не подходят только две строки: все орлы и все решки. Поэтому вероятность $1 - 2/2^n$.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 64 равно 0,96875.

Ответ: 0,96875.

Д4-У6-1 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 5 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^5 = 32$.

2. Дополнение состоит из нуля орлов (1 строка) и одного орла (n строк). Они несовместны. Всего исключаем n+1 исходов.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 32 равно 0,8125.

Ответ: 0,8125.

Д4-У6-2 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 6 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^6 = 64$.

2. Дополнение состоит из нуля орлов (1 строка) и одного орла (n строк). Они несовместны. Всего исключаем n+1 исходов.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 64 равно 0,890625.

Ответ: 0,890625.

Д4-У7-1 · Противоположное событие и последовательный подсчёт

1. Всего упорядоченных выборов 6^3. Случаи совпадений пересекаются, поэтому напрямую складывать пары нельзя.

2. У дополнения все три лифта различны: 6·5·4 вариантов.

3. Вероятность совпадения равна $1 - 6·5·4/6^3 = 4/9$.

Ответ: 4/9.

Д4-У7-2 · Противоположное событие и последовательный подсчёт

1. Всего упорядоченных выборов 7^3. Случаи совпадений пересекаются, поэтому напрямую складывать пары нельзя.

2. У дополнения все три лифта различны: 7·6·5 вариантов.

3. Вероятность совпадения равна $1 - 7 \cdot 6 \cdot 5 / 7^3 = 19/49$.

Ответ: 19/49.

Д4-СП-1 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Дополнение - четыре орла подряд.

2. Его вероятность 1/16; искомая 1-1/16.

3. Вычисляем: 0,9375.

Ответ: 0,9375.

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 5

Д5-У1-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 20 исходов равновозможны.
2. Один шар не может быть одновременно белым и красным. Благоприятных 4+5 = 9.
3. Делим число благоприятных исходов на общее: 9/20 = 0,45.

Ответ: 0,45.

Д5-У1-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 40 исходов равновозможны.
2. Один шар не может быть одновременно белым и красным. Благоприятных 8+10 = 18.
3. Делим число благоприятных исходов на общее: 18/40 = 0,45.

Ответ: 0,45.

Д5-У2-1 · Сложение вероятностей несовместных событий

1. Не проиграть означает победить или сыграть вничью.
2. Эти исходы несовместны.
3. Складываем: 0,5 + 0,2 = 0,7.

Ответ: 0,7.

Д5-У2-2 · Сложение вероятностей несовместных событий

1. Не проиграть означает победить или сыграть вничью.
2. Эти исходы несовместны.
3. Складываем: 0,6 + 0,2 = 0,8.

Ответ: 0,8.

Д5-У3-1 · Разность вероятностей вложенных событий

1. Событие «выше 20» целиком содержится в событии «выше 10».
2. Из большого события удаляем малое; верхняя граница 20 включена.
3. Вероятность равна 0,8 - 0,4 = 0,4.

Ответ: 0,4.

Д5-У3-2 · Разность вероятностей вложенных событий

1. Событие «выше 20» целиком содержится в событии «выше 10».
2. Из большого события удаляем малое; верхняя граница 20 включена.
3. Вероятность равна 0,8 - 0,5 = 0,3.

Ответ: 0,3.

Д5-У4-1 · Формула сложения с учётом пересечения

1. Обозначим через А и Б события окончания воды. Независимость в условии не дана.

2. Вероятность объединения: 0,45 + 0,35 - 0,15 = 0,65.

3. Для наличия воды в обоих берём дополнение: 1 - 0,65 = 0,35.

Ответ: 0,35.

Д5-У4-2 · Формула сложения с учётом пересечения

1. Обозначим через А и Б события окончания воды. Независимость в условии не дана.

2. Вероятность объединения: 0,45 + 0,35 - 0,15 = 0,65.

3. Хотя бы в одном - это найденное объединение, поэтому ответ 0,65.

Ответ: 0,65.

Д5-У5-1 · Вложенные события и дополнение

1. Разделим все сроки на три непересекающиеся группы: до 1 года включительно; от 1 до 2 лет с включённой верхней границей; больше 2 лет.

2. Средняя группа имеет вероятность 0,92 - 0,81 = 0,11.

3. Искомая вероятность 0,11.

Ответ: 0,11.

Д5-У5-2 · Вложенные события и дополнение

1. Разделим все сроки на три непересекающиеся группы: до 1 года включительно; от 1 до 2 лет с включённой верхней границей; больше 2 лет.

2. Средняя группа имеет вероятность 0,92 - 0,81 = 0,11.

3. Первая и третья группы образуют дополнение средней: 1 - 0,11 = 0,89.

Ответ: 0,89.

Д5-У6-1 · Разбиение диаграммы на непересекающиеся области

1. Каждое попарное пересечение включает тех, кто изучает все три языка.

2. Ровно два: (50-40)+(45-40)+(45-40)=20. Только английский: 70-50-45+40=15; только немецкий: 65-50-45+40=10; только французский: 55-45-45+40=5.

3. Для ровно 1 языков получаем 30 учеников из 100, то есть 0,3.

Ответ: 0,3.

Д5-У6-2 · Разбиение диаграммы на непересекающиеся области

1. Каждое попарное пересечение включает тех, кто изучает все три языка.

2. Ровно два: (50-40)+(45-40)+(45-40)=20. Только английский: 70-50-45+40=15; только немецкий: 65-50-45+40=10; только французский: 55-45-45+40=5.

3. Для ровно 2 языков получаем 20 учеников из 100, то есть 0,2.

Ответ: 0,2.

Д5-У7-1 · Оценка вероятности и конструкция

1. Объединение содержит Б, поэтому его вероятность не меньше 0,7. Нижняя граница достигается, если А целиком содержится в Б.

2. Построение: 10 равновозможных исходов, А={1,...,6}, Б={1,...,7}. Объединение имеет 7 исходов, вне его остаются 3.

3. Минимальная вероятность объединения 0,7.

Ответ: 0,7.

Д5-У7-2 · Оценка вероятности и конструкция

1. Объединение содержит Б, поэтому его вероятность не меньше 0,7. Нижняя граница достигается, если А целиком содержится в Б.

2. Построение: 10 равновозможных исходов, А={1,...,6}, Б={1,...,7}. Объединение имеет 7 исходов, вне его остаются 3.

3. Максимальная вероятность дополнения равна 1 - 0,7 = 0,3.

Ответ: 0,3.

Д5-СП-1 · Сложение с пересечением и дополнение

1. Объединение имеет вероятность 0,55+0,4-0,2=0,75.

2. Ни одно - дополнение объединения.

3. Получаем 1-0,75=0,25.

Ответ: 0,25.

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 6

Д6-У1-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Нужно пересечение двух независимых событий.
2. Умножаем вероятности: 0,5·0,4 = 0,2.
3. Независимость позволяет не менять вероятность второго события после первого.

Ответ: 0,2.

Д6-У1-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Нужно пересечение двух независимых событий.
2. Умножаем вероятности: 0,5·0,6 = 0,3.
3. Независимость позволяет не менять вероятность второго события после первого.

Ответ: 0,3.

Д6-У2-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Для успеха нужны два попадания.
2. По правилу умножения: 0,8·0,8 = 0,64.
3. Один промах уже нарушает требование.

Ответ: 0,64.

Д6-У2-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Для успеха нужны два попадания.
2. По правилу умножения: 0,9·0,9 = 0,81.
3. Один промах уже нарушает требование.

Ответ: 0,81.

Д6-У3-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Вероятность исправности одного прибора равна 1 минус вероятность отказа.
2. Получаем $(1-0,1)^2 = 0,81$.
3. Нужны оба исправных прибора, поэтому вероятности перемножаются.

Ответ: 0,81.

Д6-У3-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Вероятность исправности одного прибора равна 1 минус вероятность отказа.
2. Получаем $(1-0,2)^2 = 0,64$.
3. Нужны оба исправных прибора, поэтому вероятности перемножаются.

Ответ: 0,64.

Д6-У4-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Система не работает только при отказе всех трёх каналов.

2. Вероятность этого события $0{,}1^3 = 0{,}001$.

3. По формуле дополнения: 1 - 0,001 = 0,999.

Ответ: 0,999.

Д6-У4-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Система не работает только при отказе всех трёх каналов.

2. Вероятность этого события $0{,}2^3 = 0{,}008$.

3. По формуле дополнения: 1 - 0,008 = 0,992.

Ответ: 0,992.

Д6-У5-1 · Обратная задача на правило умножения

1. По независимости вероятность совместного успеха равна p^2.

2. Решаем $p^2=0{,}64$. Корни имеют разные знаки, но вероятность неотрицательна.

3. Берём неотрицательный корень: $p=0{,}8$.

Ответ: 0,8.

Д6-У5-2 · Обратная задача на правило умножения

1. По независимости вероятность совместного успеха равна p^2.

2. Решаем $p^2=0{,}81$. Корни имеют разные знаки, но вероятность неотрицательна.

3. Берём неотрицательный корень: $p=0{,}9$.

Ответ: 0,9.

Д6-У6-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Сначала найдём вероятность работы параллельной пары Б, В.

2. Она равна $1-(1-0{,}8)^2 = 0{,}96$.

3. Теперь учитываем обязательный блок А: $0{,}8 \cdot 0{,}96 = 0{,}768$.

Ответ: 0,768.

Д6-У6-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Сначала найдём вероятность работы параллельной пары Б, В.

2. Она равна $1-(1-0{,}9)^2 = 0{,}99$.

3. Теперь учитываем обязательный блок А: $0{,}9 \cdot 0{,}99 = 0{,}891$.

Ответ: 0,891.

Д6-У7-1 · Логическая связь событий; проверка независимости

1. Всего 8 равновозможных результатов трёх монет.

2. Ни один датчик не горит только при ООО и РРР: 2/8=1/4. Если первые две монеты различны и вторая с третьей различны, первая с третьей одинаковы.

3. Поэтому все три датчика гореть не могут; вероятность 0. Попарная независимость датчиков не означает независимость всей тройки.

Ответ: 0,25.

Д6-У7-2 · Логическая связь событий; проверка независимости

1. Всего 8 равновозможных результатов трёх монет.

2. Ни один датчик не горит только при ООО и РРР: 2/8=1/4. Если первые две монеты различны и вторая с третьей различны, первая с третьей одинаковы.

3. Поэтому все три датчика гореть не могут; вероятность 0. Попарная независимость датчиков не означает независимость всей тройки.

Ответ: 0.

Д6-СП-1 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Дополнение - все три неисправны.

2. Вероятность $1-0{,}1^3$.

3. Вычисляем: 0,999.

Ответ: 0,999.

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 7

Д7-К-1 · Классическая вероятность

1. Все наклейки равновозможны, подходят 13.

2. Вероятность 13/50 = 0,26.

Ответ: 0,26.

Д7-К-2 · Классическая вероятность

1. Выучено 80-12=68 билетов.

2. Вероятность 68/80 = 0,85.

Ответ: 0,85.

Д7-К-3 · Классическая вероятность

1. В третий день остаётся 40-9-15=16 докладов.

2. Вероятность 16/40 = 0,4.

Ответ: 0,4.

Д7-К-4 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Одного орла можно поставить на одно из трёх мест.

2. Получаем 3/8.

3. Вычисляем: 0,375.

Ответ: 0,375.

Д7-К-5 · Перебор или независимость

1. На каждом кубике 3 нечётных значения из 6.

2. Подходящих пар 3·3=9 из 36.

3. Вероятность 9/36=0,25.

Ответ: 0,25.

Д7-К-6 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Дополнение - пять решек.

2. Искомая вероятность 1-1/32.

3. Вычисляем: 0,96875.

Ответ: 0,96875.

Д7-К-7 · Полная группа исходов

1. Победа, ничья и поражение несовместны и исчерпывают все исходы.

2. Вероятность поражения 1-0,42-0,31.

3. Ответ 0,27.

Ответ: 0,27.

Д7-К-8 · Разность вложенных событий

1. Событие «больше 5» включено в «больше 3».
2. Вычитаем 0,61 из 0,86.
3. Вероятность 0,25.

Ответ: 0,25.

Д7-К-9 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Нужны оба независимых попадания.
2. Перемножаем 0,75·0,8.
3. Вычисляем: 0,6.

Ответ: 0,6.

Д7-К-10 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Противоположное событие - отказ обоих.
2. Вычисляем $1-0{,}15^2$.
3. Вычисляем: 0,9775.

Ответ: 0,9775.

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 8

Д8-У1-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Подходят два непересекающихся сценария: первый верен, второй неверен; первый неверен, второй верен.

2. Их вероятности 0,5·(1-0,4) и (1-0,5)·0,4.

3. Складываем и получаем 0,5.

Ответ: 0,5.

Д8-У1-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Подходят два непересекающихся сценария: первый верен, второй неверен; первый неверен, второй верен.

2. Их вероятности 0,5·(1-0,6) и (1-0,5)·0,6.

3. Складываем и получаем 0,5.

Ответ: 0,5.

Д8-У2-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Сценарии: исправна только первая; исправна только вторая.

2. Каждый имеет вероятность 0,8·0,2.

3. Умножаем на число сценариев: 2·0,8·0,2 = 0,32.

Ответ: 0,32.

Д8-У2-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Сценарии: исправна только первая; исправна только вторая.

2. Каждый имеет вероятность 0,9·0,1.

3. Умножаем на число сценариев: 2·0,9·0,1 = 0,18.

Ответ: 0,18.

Д8-У3-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Выбираем, кто единственный промахнётся: третий, второй или первый.

2. Сумма трёх ветвей: 0,8·0,6·0,6 + 0,8·0,4·0,4 + 0,2·0,6·0,4.

3. Получаем 0,464. Коэффициент 3 перед одной ветвью применять нельзя: вероятности стрелков различны.

Ответ: 0,464.

Д8-У3-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Выбираем, кто единственный промахнётся: третий, второй или первый.

2. Сумма трёх ветвей: 0,8·0,6·0,4 + 0,8·0,4·0,6 + 0,2·0,6·0,6.

3. Получаем 0,456. Коэффициент 3 перед одной ветвью применять нельзя: вероятности стрелков различны.

Ответ: 0,456.

Д8-У4-1 · Сумма вероятностей сценариев

1. Для 4 очков подходят победа и ничья в любом порядке.
2. В одном порядке вероятность 0,5·0,3.
3. Два порядка несовместны. Сумма равна 0,3.

Ответ: 0,3.

Д8-У4-2 · Сумма вероятностей сценариев

1. Для 3 очков подходят победа и поражение в любом порядке.
2. В одном порядке вероятность 0,5·0,2.
3. Два порядка несовместны. Сумма равна 0,2.

Ответ: 0,2.

Д8-У5-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Не менее двух - это ровно два или ровно три.
2. Ровно два: три варианта места неудачи, поэтому $3p^2(1-p)$. Три успеха: p^3.
3. Сумма $3\cdot0{,}8^2\cdot0{,}2+0{,}8^3 = 0{,}896$.

Ответ: 0,896.

Д8-У5-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Не менее двух - это ровно два или ровно три.
2. Ровно два: три варианта места неудачи, поэтому $3p^2(1-p)$. Три успеха: p^3.
3. Сумма $3\cdot0{,}9^2\cdot0{,}1+0{,}9^3 = 0{,}972$.

Ответ: 0,972.

Д8-У6-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Каждую пару удобнее рассматривать через событие «оба отказали».
2. Для первой пары вероятность успеха 1-0,4·0,2=0,92; для второй 1-0,5·0,6=0,7.
3. Пары независимы, поэтому перемножаем результаты: 0,644.

Ответ: 0,644.

Д8-У6-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Каждую пару удобнее рассматривать через событие «оба отказали».
2. Для первой пары вероятность успеха 1-0,4·0,2=0,92; для второй 1-0,5·0,4=0,8.
3. Пары независимы, поэтому перемножаем результаты: 0,736.

Ответ: 0,736.

Д8-У7-1 · Разбиение по состоянию перемычки

1. Разберём отдельно состояние канала X-Y. Это нестандартная идея: напрямую пути пересекаются, и складывать их вероятности нельзя.

2. Если X-Y работает, X и Y связаны. Тогда нужна хотя бы одна связь от А к ним и хотя бы одна от них к Б: вероятность $[1-(1-p)^2]^2$.

3. Если X-Y не работает, остаются два независимых пути по два канала. Каждый путь работает с вероятностью p^2. Хотя бы один работает с вероятностью $1-(1-p^2)^2$.

4. Учитываем веса двух случаев: $p[1-(1-p)^2]^2+(1-p)[1-(1-p^2)^2] = 0{,}5$. Формальный язык полной вероятности будет изучен в день 11.

Ответ: 0,5.

Д8-У7-2 · Разбиение по состоянию перемычки

1. Разберём отдельно состояние канала X-Y. Это нестандартная идея: напрямую пути пересекаются, и складывать их вероятности нельзя.

2. Если X-Y работает, X и Y связаны. Тогда нужна хотя бы одна связь от А к ним и хотя бы одна от них к Б: вероятность $[1-(1-p)^2]^2$.

3. Если X-Y не работает, остаются два независимых пути по два канала. Каждый путь работает с вероятностью p^2. Хотя бы один работает с вероятностью $1-(1-p^2)^2$.

4. Учитываем веса двух случаев: $p[1-(1-p)^2]^2+(1-p)[1-(1-p^2)^2] = 0{,}34048$. Формальный язык полной вероятности будет изучен в день 11.

Ответ: 0,34048.

Д8-СП-1 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Сценарии: попадание-промах или промах-попадание.

2. Вероятность $0{,}7\cdot0{,}4+0{,}3\cdot0{,}6$.

3. Вычисляем: 0,46.

Ответ: 0,46.

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 9

Д9-У1-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Первое попадание на втором означает последовательность: промах, попадание.
2. Её вероятность (1-0,7)·0,7.
3. Получаем 0,21. Другие последовательности не подходят.

Ответ: 0,21.

Д9-У1-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Первое попадание на втором означает последовательность: промах, попадание.
2. Её вероятность (1-0,8)·0,8.
3. Получаем 0,16. Другие последовательности не подходят.

Ответ: 0,16.

Д9-У2-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. До успеха должно быть 2 промахов.
2. Вероятность каждого промаха 0,2. Вероятность всей последовательности $0,2^2 \cdot 0,8$.
3. Получаем 0,032.

Ответ: 0,032.

Д9-У2-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. До успеха должно быть 3 промахов.
2. Вероятность каждого промаха 0,2. Вероятность всей последовательности $0,2^3 \cdot 0,8$.
3. Получаем 0,0064.

Ответ: 0,0064.

Д9-У3-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Успеть за три попытки означает хотя бы один успех.
2. Дополнение - три неудачи подряд.
3. Вероятность $1-(1-0,4)^3 = 0,784$.

Ответ: 0,784.

Д9-У3-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Успеть за три попытки означает хотя бы один успех.
2. Дополнение - три неудачи подряд.
3. Вероятность $1-(1-0,6)^3 = 0,936$.

Ответ: 0,936.

Д9-У4-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Последний дополнительный патрон - четвёртый выстрел.

2. Чтобы понадобился именно он, первые три должны быть промахами, а четвёртый попаданием.

3. Вероятность $(1-0{,}8)^3 \cdot 0{,}8 = 0{,}0064$.

Ответ: 0,0064.

Д9-У4-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Последний дополнительный патрон - четвёртый выстрел.

2. Чтобы понадобился именно он, первые три должны быть промахами, а четвёртый попаданием.

3. Вероятность $(1-0{,}75)^3 \cdot 0{,}75 = 0{,}01171875$.

Ответ: 0,01171875.

Д9-У5-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Последний выстрел обязан быть попаданием. Среди первых двух нужно ровно одно попадание.

2. Подходят ПМП и МПП. Сценарий ППМ не подходит: стрельба закончилась бы раньше.

3. Вероятность $2p^2(1-p) = 0{,}288$.

Ответ: 0,288.

Д9-У5-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Последний выстрел обязан быть попаданием. Среди первых двух нужно ровно одно попадание.

2. Подходят ПМП и МПП. Сценарий ППМ не подходит: стрельба закончилась бы раньше.

3. Вероятность $2p^2(1-p) = 0{,}256$.

Ответ: 0,256.

Д9-У6-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Пятая игра обязательно выиграна командой А.

2. В первых четырёх играх должно быть две победы А и две Б. Места двух побед А можно выбрать 6 способами.

3. Вероятность $6p^3(1-p)^2 = 0{,}1875$.

Ответ: 0,1875.

Д9-У6-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Пятая игра обязательно выиграна командой А.

2. В первых четырёх играх должно быть две победы А и две Б. Места двух побед А можно выбрать 6 способами.

3. Вероятность $6p^3(1-p)^2 = 0{,}20736$.

Ответ: 0,20736.

Д9-У7-1 · Возврат к исходному состоянию

1. Обозначим искомую вероятность через x. Аня выигрывает сразу с вероятностью p.

2. Если оба получили решку (вероятность $(1-p)^2$), ситуация полностью повторяется. Поэтому $x=p+(1-p)^2x$.

3. Отсюда $x=p/[1-(1-p)^2]=1/(2-p)=2/3$. Бесконечная игра имеет вероятность 0, так как $(1-p)^n$ стремится к 0.

Ответ: 2/3.

Д9-У7-2 · Возврат к исходному состоянию

1. Обозначим искомую вероятность через x. Аня выигрывает сразу с вероятностью p.

2. Если оба получили решку (вероятность $(1-p)^2$), ситуация полностью повторяется. Поэтому $x=p+(1-p)^2x$.

3. Отсюда $x=p/[1-(1-p)^2]=1/(2-p)=0{,}625$. Бесконечная игра имеет вероятность 0, так как $(1-p)^n$ стремится к 0.

Ответ: 0,625.

Д9-СП-1 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Необходима последовательность неудача, неудача, успех.

2. Вероятность $0{,}7^2\cdot 0{,}3$.

3. Вычисляем: 0,147.

Ответ: 0,147.

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 10

Д10-У1-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 10 исходов равновозможны.
2. Условие сузило выбор до 10 участников кружка. Из них 4 девочек.
3. Делим число благоприятных исходов на общее: 4/10 = 0,4.

Ответ: 0,4.

Д10-У1-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 20 исходов равновозможны.
2. Условие сузило выбор до 20 участников кружка. Из них 8 девочек.
3. Делим число благоприятных исходов на общее: 8/20 = 0,4.

Ответ: 0,4.

Д10-У2-1 · Условная вероятность: сокращение пространства исходов

1. Оставляем только исходы, совместимые с условием.
2. Это ОО и ОР при условии на первый бросок; ОО и РО при условии на второй.
3. Из двух равновозможных исходов подходит один: 1/2 = 0,5.

Ответ: 0,5.

Д10-У2-2 · Условная вероятность: сокращение пространства исходов

1. Оставляем только исходы, совместимые с условием.
2. Это ОО и ОР при условии на первый бросок; ОО и РО при условии на второй.
3. Из двух равновозможных исходов подходит один: 1/2 = 0,5.

Ответ: 0,5.

Д10-У3-1 · Умножение с условной вероятностью

1. Первый шар красный с вероятностью 3/5.
2. После этого остаётся 2 красных среди 4 шаров.
3. Перемножаем: (3/5)·(2/4) = 0,3.

Ответ: 0,3.

Д10-У3-2 · Умножение с условной вероятностью

1. Первый шар красный с вероятностью 4/6.
2. После этого остаётся 3 красных среди 5 шаров.
3. Перемножаем: (4/6)·(3/5) = 0,4.

Ответ: 0,4.

Д10-У4-1 · Условная вероятность и таблица исходов

1. При суммах 2, 3, 4, 5 возможны соответственно 1, 2, 3, 4 упорядоченные пары. Всего 10.

2. Единицу содержат (1,1), (1,2), (2,1), (1,3), (3,1), (1,4), (4,1): 7 пар.

3. Делим на 10, а не на 36. Ответ 0,7.

Ответ: 0,7.

Д10-У4-2 · Условная вероятность и таблица исходов

1. При суммах 2, 3, 4, 5 возможны соответственно 1, 2, 3, 4 упорядоченные пары. Всего 10.

2. Сумму 4 дают (1,3), (2,2), (3,1): 3 пары.

3. Делим на 10, а не на 36. Ответ 0,3.

Ответ: 0,3.

Д10-У5-1 · Формула условной вероятности

1. Условие выбора - знание английского. Знаменатель теперь 50, а не 100.

2. Среди этих людей немецкий знают 20 человек.

3. Вероятность 20/50 = 0,4.

Ответ: 0,4.

Д10-У5-2 · Формула условной вероятности

1. Условие выбора - знание английского. Знаменатель теперь 40, а не 100.

2. Среди этих людей немецкий знают 20 человек.

3. Вероятность 20/40 = 0,5.

Ответ: 0,5.

Д10-У6-1 · Условная вероятность

1. Из 16 исходов исключаем единственный исход без орлов. Остаётся 15.

2. Ровно один орёл может стоять на любом из 4 мест.

3. Ответ 4/(16-1) = 4/15.

Ответ: 4/15.

Д10-У6-2 · Условная вероятность

1. Из 32 исходов исключаем единственный исход без орлов. Остаётся 31.

2. Ровно один орёл может стоять на любом из 5 мест.

3. Ответ 5/(32-1) = 5/31.

Ответ: 5/31.

Д10-У7-1 · Разбор стратегии и условной информации

1. Первоначальный выбор верен с вероятностью 1/4. В этом случае смена проигрывает.

2. Первоначальный выбор неверен с вероятностью 3/4. Тогда ведущий вынужден оставить закрытой дверь с призом, и смена выигрывает.

3. Значит, вероятность победы при смене 0,75. Две закрытые двери не становятся равновероятными.

Ответ: 0,75.

Д10-У7-2 · Разбор стратегии и условной информации

1. Первоначальный выбор верен с вероятностью 1/5. В этом случае смена проигрывает.

2. Первоначальный выбор неверен с вероятностью 4/5. Тогда ведущий вынужден оставить закрытой дверь с призом, и смена выигрывает.

3. Значит, вероятность победы при смене 0,8. Две закрытые двери не становятся равновероятными.

Ответ: 0,8.

Д10-СП-1 · Условная вероятность

1. После извлечения чёрного остаётся 8 шаров.

2. Белых по-прежнему 4.

3. Вероятность 4/8=0,5.

Ответ: 0,5.

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 11

Д11-У1-1 · Формула полной вероятности

1. Белый шар можно получить через первую или вторую коробку. Эти пути несовместны.
2. Умножаем вдоль каждого пути и складываем: 0,5·0,2+0,5·0,6.
3. Ответ 0,4.

Ответ: 0,4.

Д11-У1-2 · Формула полной вероятности

1. Белый шар можно получить через первую или вторую коробку. Эти пути несовместны.
2. Умножаем вдоль каждого пути и складываем: 0,5·0,2+0,5·0,8.
3. Ответ 0,5.

Ответ: 0,5.

Д11-У2-1 · Формула полной вероятности

1. Переводим проценты в вероятности. Завод выбирается не равновероятно: веса 0,6 и 0,4.
2. Вероятность брака 0,6·0,05+0,4·0,1.
3. Получаем 0,07.

Ответ: 0,07.

Д11-У2-2 · Формула полной вероятности

1. Переводим проценты в вероятности. Завод выбирается не равновероятно: веса 0,6 и 0,4.
2. Вероятность брака 0,6·0,05+0,4·0,2.
3. Получаем 0,11.

Ответ: 0,11.

Д11-У3-1 · Формула полной вероятности

1. Разбиваем выбор на две группы: один первый спортсмен и три остальных.
2. Их вероятности выбора 1/4 и 3/4.
3. Итог: 0,25·0,8+0,75·0,6 = 0,65.

Ответ: 0,65.

Д11-У3-2 · Формула полной вероятности

1. Разбиваем выбор на две группы: один первый спортсмен и три остальных.
2. Их вероятности выбора 1/4 и 3/4.
3. Итог: 0,25·0,8+0,75·0,8 = 0,8.

Ответ: 0,8.

Д11-У4-1 · Формула полной вероятности

1. Дождь и отсутствие дождя образуют полную группу.

2. Вероятность отсутствия дождя 0,6. Условие допускает более частое опоздание без дождя; не заменяем данные бытовыми ожиданиями.

3. Вероятность $0{,}4\cdot0{,}1+0{,}6\cdot0{,}3 = 0{,}22$.

Ответ: 0,22.

Д11-У4-2 · Формула полной вероятности

1. Дождь и отсутствие дождя образуют полную группу.

2. Вероятность отсутствия дождя 0,6. Условие допускает более частое опоздание без дождя; не заменяем данные бытовыми ожиданиями.

3. Вероятность $0{,}4\cdot0{,}1+0{,}6\cdot0{,}4 = 0{,}28$.

Ответ: 0,28.

Д11-У5-1 · Формула полной вероятности

1. Проверяем веса: $0{,}2+0{,}3+0{,}5=1$.

2. Каждая ветвь - доля линии, умноженная на долю брака на ней.

3. Сумма $0{,}2\cdot0{,}1+0{,}3\cdot0{,}2+0{,}5\cdot0{,}3 = 0{,}23$.

Ответ: 0,23.

Д11-У5-2 · Формула полной вероятности

1. Проверяем веса: $0{,}2+0{,}3+0{,}5=1$.

2. Каждая ветвь - доля линии, умноженная на долю брака на ней.

3. Сумма $0{,}2\cdot0{,}1+0{,}3\cdot0{,}2+0{,}5\cdot0{,}4 = 0{,}28$.

Ответ: 0,28.

Д11-У6-1 · Формула полной вероятности

1. Красный перенесут с вероятностью 2/3; белый - с вероятностью 1/3.

2. После красного переноса в Б два красных из четырёх; после белого - один из четырёх.

3. По полной вероятности: $(2/3)\cdot(2/4)+(1/3)\cdot(1/4) = 5/12$.

Ответ: 5/12.

Д11-У6-2 · Формула полной вероятности

1. Красный перенесут с вероятностью 3/4; белый - с вероятностью 1/4.

2. После красного переноса в Б два красных из четырёх; после белого - один из четырёх.

3. По полной вероятности: $(3/4)\cdot(2/4)+(1/4)\cdot(1/4) = 0{,}4375$.

Ответ: 0,4375.

Д11-У7-1 · Оптимизация полной вероятности

1. Положим один белый шар отдельно, все остальные - во вторую коробку.

2. Тогда вероятность 1/2 + (1/2)·(1/3) = 2/3.

3. Почему лучше нельзя: меньшая коробка содержит k≤2 шаров. При k<2 перенос белого из большей коробки в меньшую (взамен чёрного) увеличивает вероятность. Поэтому меньшую выгодно сделать полностью белой. Получаем 1/2+(1/2)·(2-k)/(4-k), что убывает при росте k. Оптимум k=1. При k=2 вероятность 1/2.

Ответ: 2/3.

Д11-У7-2 · Оптимизация полной вероятности

1. Положим один белый шар отдельно, все остальные - во вторую коробку.

2. Тогда вероятность 1/2 + (1/2)·(2/5) = 0,7.

3. Почему лучше нельзя: меньшая коробка содержит k≤3 шаров. При k<3 перенос белого из большей коробки в меньшую (взамен чёрного) увеличивает вероятность. Поэтому меньшую выгодно сделать полностью белой. Получаем 1/2+(1/2)·(3-k)/(6-k), что убывает при росте k. Оптимум k=1. При k=3 вероятность 1/2.

Ответ: 0,7.

Д11-СП-1 · Полная вероятность

1. Вероятности источников 0,3 и 0,7.

2. Сумма вкладов 0,3·0,02+0,7·0,06=0,006+0,042.

3. Итого 0,048.

Ответ: 0,048.

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 12

Д12-У1-1 · Формула Байеса

1. Нужно узнать причину по результату. Вероятность выбора первой коробки после наблюдения уже не обязана равняться 0,5.

2. Вероятность пути «первая и белый»: 0,5·0,2=0,1. Полная вероятность белого 0,4.

3. Делим вероятность нужного пути на вероятность всех белых исходов: 0,25.

Ответ: 0,25.

Д12-У1-2 · Формула Байеса

1. Нужно узнать причину по результату. Вероятность выбора первой коробки после наблюдения уже не обязана равняться 0,5.

2. Вероятность пути «первая и белый»: 0,5·0,25=0,125. Полная вероятность белого 0,5.

3. Делим вероятность нужного пути на вероятность всех белых исходов: 0,25.

Ответ: 0,25.

Д12-У2-1 · Формула Байеса

1. Доля изделий «А и брак»: 0,8·0,1=0,08.

2. Доля «Б и брак»: 0,2·0,4=0,08. Эти доли равны.

3. Следовательно, среди бракованных половина с Б. Ответ 0,5.

Ответ: 0,5.

Д12-У2-2 · Формула Байеса

1. Доля изделий «А и брак»: 0,8·0,05=0,04.

2. Доля «Б и брак»: 0,2·0,2=0,04. Эти доли равны.

3. Следовательно, среди бракованных половина с Б. Ответ 0,5.

Ответ: 0,5.

Д12-У3-1 · Формула Байеса

1. Сначала считаем совместные события: выбор стрелка и попадание.

2. Для А: 0,25·0,6=0,15. Для Б: 0,75·0,2=0,15.

3. По Байесу делим первый вклад на сумму двух: 0,5.

Ответ: 0,5.

Д12-У3-2 · Формула Байеса

1. Сначала считаем совместные события: выбор стрелка и попадание.

2. Для А: 0,25·0,9=0,225. Для Б: 0,75·0,3=0,225.

3. По Байесу делим первый вклад на сумму двух: 0,5.

Ответ: 0,5.

Д12-У4-1 · Формула Байеса

1. Равные объёмы означают одинаковые исходные веса 0,5.

2. Вероятность годной детали равна $0{,}5\cdot0{,}9+0{,}5\cdot0{,}1=0{,}5$.

3. Нужный вклад $0{,}5\cdot0{,}9$. Делим его на 0,5 и получаем 0,9.

Ответ: 0,9.

Д12-У4-2 · Формула Байеса

1. Равные объёмы означают одинаковые исходные веса 0,5.

2. Вероятность годной детали равна $0{,}5\cdot0{,}8+0{,}5\cdot0{,}2=0{,}5$.

3. Нужный вклад $0{,}5\cdot0{,}8$. Делим его на 0,5 и получаем 0,8.

Ответ: 0,8.

Д12-У5-1 · Формула Байеса

1. Найдём вклад каждой линии в общий брак.

2. Вклады: 0,02; 0,06; 0,12. Общая вероятность брака 0,2.

3. Третий вклад делим на общую вероятность: 0,6.

Ответ: 0,6.

Д12-У5-2 · Формула Байеса

1. Найдём вклад каждой линии в общий брак.

2. Вклады: 0,04; 0,12; 0,24. Общая вероятность брака 0,4.

3. Третий вклад делим на общую вероятность: 0,6.

Ответ: 0,6.

Д12-У6-1 · Формула Байеса

1. Положительный тест возможен и у дефектной, и у исправной детали.

2. Истинно положительный вклад 0,009, ложноположительный 0,0495.

3. Искомая вероятность - первый вклад, делённый на сумму вкладов: 2/13. Нельзя подменять её чувствительностью 0,9.

Ответ: 2/13.

Д12-У6-2 · Формула Байеса

1. Положительный тест возможен и у дефектной, и у исправной детали.

2. Истинно положительный вклад 0,018, ложноположительный 0,049.

3. Искомая вероятность - первый вклад, делённый на сумму вкладов: 18/67. Нельзя подменять её чувствительностью 0,9.

Ответ: 18/67.

Д12-У7-1 · Формула Байеса

1. Важно: одну монету выбрали один раз, а не выбирают заново перед каждым броском.

2. У обычной монеты вероятность серии $1/2^3$, у двусторонней 1. Совместные вклады: $1/2^4$ и 1/2.

3. По Байесу: $(1/2)/(1/2+1/2^4) = 8/(8+1) = 8/9$.

Ответ: 8/9.

Д12-У7-2 · Формула Байеса

1. Важно: одну монету выбрали один раз, а не выбирают заново перед каждым броском.
2. У обычной монеты вероятность серии $1/2^4$, у двусторонней 1. Совместные вклады: $1/2^5$ и $1/2$.
3. По Байесу: $(1/2)/(1/2+1/2^5) = 16/(16+1) = 16/17$.

Ответ: 16/17.

Д12-СП-1 · Байес

1. Вклад первой коробки $0{,}5 \cdot 0{,}8 = 0{,}4$, второй $0{,}5 \cdot 0{,}2 = 0{,}1$.
2. Полная вероятность белого $0{,}5$.
3. Вероятность первой при белом: $0{,}4/0{,}5 = 0{,}8$.

Ответ: 0,8.

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 13

Д13-У1-1 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 3 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^3 = 8$.

2. Позицию орла можно выбрать 3 способами. Каждая последовательность имеет вероятность $1/2^3$.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 8 равно 0,375.

Ответ: 0,375.

Д13-У1-2 · Перебор равновозможных исходов

1. Каждый из 4 бросков даёт два исхода. Всего последовательностей $2^4 = 16$.

2. Позицию орла можно выбрать 4 способами. Каждая последовательность имеет вероятность $1/2^4$.

3. Отношение числа подходящих последовательностей к 16 равно 0,25.

Ответ: 0,25.

Д13-У2-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Выбираем два места успехов из трёх: C(3,2)=3.

2. Каждая из трёх последовательностей имеет вероятность $p^2(1-p)$.

3. По формуле Бернулли $3p^2(1-p)=0{,}432$.

Ответ: 0,432.

Д13-У2-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Выбираем два места успехов из трёх: C(3,2)=3.

2. Каждая из трёх последовательностей имеет вероятность $p^2(1-p)$.

3. По формуле Бернулли $3p^2(1-p)=0{,}384$.

Ответ: 0,384.

Д13-У3-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 5 исходов равновозможны.

2. Коля не может играть сам с собой. Соперников 5, подходящих 3.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 3/5 = 0,6.

Ответ: 0,6.

Д13-У3-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 10 исходов равновозможны.

2. Коля не может играть сам с собой. Соперников 10, подходящих 4.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 4/10 = 0,4.

Ответ: 0,4.

Д13-У4-1 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Места двух орлов выбираем C(5,2)=10 способами.

2. Каждая полная последовательность имеет вероятность $1/2^5$.

3. Произведение равно 0,3125.

Ответ: 0,3125.

Д13-У4-2 · Умножение по ветвям и сложение сценариев

1. Места двух орлов выбираем C(6,2)=15 способами.

2. Каждая полная последовательность имеет вероятность $1/2^6$.

3. Произведение равно 0,234375.

Ответ: 0,234375.

Д13-У5-1 · Сочетания и подсчёт благоприятных пар

1. Порядок шаров не важен. Всего C(5,2)=10 пар.

2. Без красных только одна пара из двух белых, поэтому вероятность 1-1/10=0,9.

3. Второй способ: последовательно выбирать без возвращения, учитывая оба порядка цветов.

Ответ: 0,9.

Д13-У5-2 · Сочетания и подсчёт благоприятных пар

1. Порядок шаров не важен. Всего C(6,2)=15 пар.

2. Разноцветных пар 3·3=9. Делим на 15 и получаем 0,6.

3. Второй способ: последовательно выбирать без возвращения, учитывая оба порядка цветов.

Ответ: 0,6.

Д13-У6-1 · Классическое определение вероятности

1. Все 7 исходов равновозможны.

2. Фиксируем место первого сильнейшего. В финале они встретятся тогда и только тогда, когда второй находится в противоположной половине сетки. Там 4 мест из оставшихся 7.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 4/7 = 4/7.

Ответ: 4/7.

Д13-У6-2 · Классическое определение вероятности

1. Все 15 исходов равновозможны.

2. Фиксируем место первого сильнейшего. В финале они встретятся тогда и только тогда, когда второй находится в противоположной половине сетки. Там 8 мест из оставшихся 15.

3. Делим число благоприятных исходов на общее: 8/15 = 8/15.

Ответ: 8/15.

Д13-У7-1 · Подсчёт разбиений на пары

1. Сначала выбираем партнёра первому человеку, затем первому из оставшихся и так далее.

2. Всего разбиений (6-1)·(6-3)·…·1 = 15. Это не число перестановок всех людей.

3. В благоприятном разбиении каждой девочке назначают одного мальчика: 3! = 6 способов. Вероятность 6/15 = 0,4.

Ответ: 0,4.

Д13-У7-2 · Подсчёт разбиений на пары

1. Сначала выбираем партнёра первому человеку, затем первому из оставшихся и так далее.

2. Всего разбиений (8-1)·(8-3)·…·1 = 105. Это не число перестановок всех людей.

3. В благоприятном разбиении каждой девочке назначают одного мальчика: 4! = 24 способов. Вероятность 24/105 = 8/35.

Ответ: 8/35.

Д13-СП-1 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Выбираем места двух успехов: C(5,2)=10.

2. По Бернулли: $10 \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^3$.

3. Вычисляем: 0,2048.

Ответ: 0,2048.

ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ

День 14

Д14-К-1 · Классическая вероятность

1. Годных 200-17=183.
2. Вероятность 183/200 = 0,915.

Ответ: 0,915.

Д14-К-2 · Классическая вероятность

1. В третий день 120-35-49=36 выступлений.
2. Вероятность 36/120 = 0,3.

Ответ: 0,3.

Д14-К-3 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Подходят 6 последовательностей из 16.
2. Вероятность 6/16.
3. Вычисляем: 0,375.

Ответ: 0,375.

Д14-К-4 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Не подходят только ООО и РРР.
2. Вероятность 1-2/8.
3. Вычисляем: 0,75.

Ответ: 0,75.

Д14-К-5 · Объединение и дополнение

1. Не предполагаем независимость.
2. Вероятность хотя бы одного отказа 0,2+0,3-0,08=0,42.
3. Оба исправны с вероятностью 1-0,42=0,58.

Ответ: 0,58.

Д14-К-6 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Применяем умножение для трёх независимых событий.
2. Получаем $0,8^3$.
3. Вычисляем: 0,512.

Ответ: 0,512.

Д14-К-7 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Складываем ветви попадание-промах и промах-попадание.
2. Вероятность 0,9·0,6+0,1·0,4.
3. Вычисляем: 0,58.

Ответ: 0,58.

Д14-К-8 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Нужна последовательность ММП.

2. Вероятность $0{,}4^2 \cdot 0{,}6$.

3. Вычисляем: 0,096.

Ответ: 0,096.

Д14-К-9 · Условная вероятность

1. Первый орёл уже дан. В последних двух бросках нужен ровно один орёл.

2. Подходят ОР и РО из четырёх равновозможных исходов.

3. Вероятность $2/4=0{,}5$.

Ответ: 0,5.

Д14-К-10 · Полная вероятность

1. У источников веса 0,4 и 0,6.

2. Вклады в брак $0{,}4 \cdot 0{,}05=0{,}02$ и $0{,}6 \cdot 0{,}1=0{,}06$.

3. Их сумма 0,08.

Ответ: 0,08.

Д14-К-11 · Байес

1. Вклад А в брак $0{,}8 \cdot 0{,}02=0{,}016$. Вклад Б: $0{,}2 \cdot 0{,}08=0{,}016$.

2. Общая вероятность брака 0,032.

3. Условная вероятность Б: $0{,}016/0{,}032=0{,}5$.

Ответ: 0,5.

Д14-К-12 · Разбор сценариев; сложение и умножение

1. Места двух успехов выбираем $C(4,2)=6$ способами.

2. По Бернулли: $6 \cdot 0{,}3^2 \cdot 0{,}7^2$.

3. Вычисляем: 0,2646.

Ответ: 0,2646.

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ

Какие модели отработаны

Семейство моделей	Где тренировать
Доля предметов, билеты, брак	Д1-У1-1; Д1-У3-1; Д1-У4-1
Выбор по свойству числа	Д1-У5-1; Д1-У6-1
Выбор участника в группу	Д2-У1-1
Случайный день, неравная загрузка	Д2-У2-1; Д2-У3-1
Порядок, рейсы, первые места	Д2-У4-1; Д7-К-3
Другой участник в той же группе	Д2-У5-1
Монеты: порядок и число орлов	Д3-У2-1; Д3-У3-1; Д3-У5-1
Кубики: сумма, произведение, чётность	Д3-У4-1; Д3-У4-2; Д3-У6-1
Противоположное событие	Д4-У1-1; Д4-У2-1
Хотя бы один; оба вида исходов	Д4-У3-1; Д4-У5-1
Не менее двух	Д4-У6-1; Д8-У5-1
Несовместные события, исходы матча	Д5-У1-1; Д5-У2-1
Пересечение, хотя бы одно, ни одного	Д5-У4-1; Д5-У4-2; Д5-СП-1
Вероятности промежутков и порогов	Д5-У3-1; Д5-У5-1
Независимые успехи и отказы	Д6-У2-1; Д6-У3-1

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ

Карта покрытия · продолжение

Семейство моделей	Где тренировать
Резервирование и надёжность	Д6-У4-1; Д6-У6-1
Восстановление неизвестной вероятности	Д6-У5-1
Ровно один; разные вероятности	Д8-У1-1; Д8-У3-1
Очки в серии матчей	Д8-У4-1; Д8-У4-2
Первый успех; успех до срока	Д9-У2-1; Д9-У3-1
Биатлон, дополнительные патроны	Д9-У4-1
Остановка после заданного успеха	Д9-У5-1; Д9-У6-1
Условие для монет и кубиков	Д10-У2-1; Д10-У4-1
Выбор без возвращения	Д10-У3-1; Д13-У5-1
Выбор среди прошедших отбор	Д10-ПР-3; Д10-У5-1
Полная вероятность: два источника	Д11-У2-1; Д11-У3-1
Три источника; перенос предмета	Д11-У5-1; Д11-У6-1
Обратная условная вероятность	Д12-У1-1; Д12-У5-1
Сочетания и Бернулли	Д13-У2-1; Д13-У4-1
Соперник, сетка и победа в турнире	Д13-У3-1; Д13-У6-1; Д13-ПР-3

ПРОЗРАЧНОСТЬ МАТЕРИАЛА

Основа и проверка

Тетрадь построена по содержанию официального навигатора ФИПИ для профильной математики: равновозможные исходы, противоположные события, сложение, условная вероятность, независимость, умножение и испытания Бернулли. Задачи авторские, без дословного воспроизведения банка.

Карта выше содержит 30 семейств учебных моделей и номера задач, где они отрабатываются. Она не является официальным каталогом прототипов ФИПИ. Байес, сложные сети, оптимизация и часть турнирных задач включены также для запаса сложности.

Ограничение сверки: при подготовке 7 октября 2026 года официальный навигатор и страницы ФИПИ были доступны, но интерактивный банк не загрузился. Поэтому исчерпывающее покрытие каждого актуального прототипа банка не подтверждено. Тетрадь не содержит гарантии результата «100% за 14 дней».

Вычислительная проверка

Проверены все 207 самостоятельных задач и 36 примеров. Для монет, кубиков, серий, выборок и пар использован точный перебор; для смешанных источников - пересчёт через целочисленную условную совокупность; для бесконечной игры - решение системы уравнений переходов. Вычисления выполнены рациональными дробями, без статистического моделирования.

Дополнительно проверены границы вероятностей, уникальность номеров, количество задач и конечность десятичных ответов уровней 1–5. Для контрольных предусмотрены точные десятичные ответы. Разобранные примеры находятся в соответствующих днях; их ответы также включены в общую таблицу.

Официальные источники

Навигатор: вероятность, профильный уровень

doc.fipi.ru/navigator-podgotovki/navigator-ege/2026/Mat_prof_6_veroyatnost.pdf

Открытый банк заданий ЕГЭ

fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege

Демоверсии, спецификации, кодификаторы

fipi.ru/ege/demoversii-specifikacii-kodifikatory