ЕГЭНИЙ

Теоремы синусов и косинусов

Геометрия · 9 класс · 2 разобранных примера · 9 заданий трёх уровней

Фамилия, имя _____

Дата _____

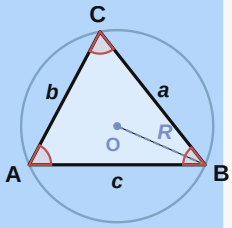
ТЕОРЕМА 1

Теорема синусов

Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

R — радиус описанной окружности.



Когда: известна сторона и **противолежащий** ей угол, плюс ещё один элемент. Удобный вид: $a = 2R \cdot \sin A$.

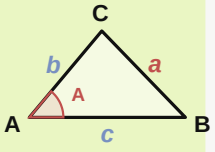
ТЕОРЕМА 2

Теорема косинусов

Квадрат стороны равен сумме квадратов двух других сторон без их удвоенного произведения на косинус угла между ними:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

Угол по трём сторонам: $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$



Когда: две стороны и угол **между** ними; три стороны. Если $a^2 > b^2 + c^2$, то $\cos A < 0$ и угол A тупой.

угол	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Для тупых углов

$\sin(180° - \alpha) = \sin \alpha$

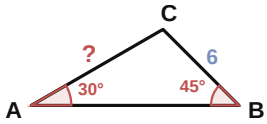
$\cos(180° - \alpha) = -\cos \alpha$

Пример: $\sin 150° = \sin 30°$, $\cos 120° = -\cos 60°$. Сумма углов треугольника 180° — третий угол находите сразу.

ПРИМЕР 1 · синусы

В $\triangle ABC$: $BC = 6$, $\angle A = 30°$, $\angle B = 45°$. Найдите AC.

Сторона BC лежит против $\angle A$, искомая AC — против $\angle B$.

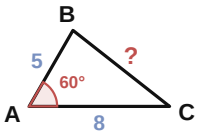


$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow AC = \frac{6 \cdot \sin 45°}{\sin 30°} = 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{1}{2} = 6\sqrt{2}$$

ПРИМЕР 2 · косинусы

В $\triangle ABC$: $AB = 5$, $AC = 8$, $\angle A = 60°$. Найдите BC.

Даны две стороны и угол между ними.



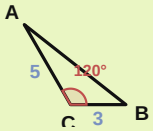
$BC^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60° = 89 - 40 = 49 \Rightarrow$ **$BC = 7$**

БАЗОВЫЙ

1 В $\triangle ABC$: $AB = 8$, $\angle C = 30°$. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ:

2 В $\triangle ABC$: $BC = 3$, $AC = 5$, $\angle C = 120°$. Найдите AB.



Ответ:

3 Стороны треугольника равны 5, 7 и 8. Найдите угол, лежащий против стороны 7.

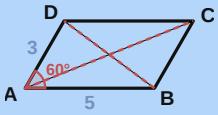
Ответ:

СРЕДНИЙ

4 В $\triangle ABC$: $BC = 6\sqrt{2}$, $\angle A = 45°$, $\angle B = 30°$. Найдите AC.

Ответ:

5 Стороны параллелограмма 3 и 5, острый угол 60°. Найдите **большую** диагональ.



Против какого угла она лежит?

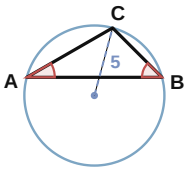
Ответ:

6 Стороны треугольника 5, 6 и 8. Остроугольный, прямоугольный или тупоугольный? Углы не вычисляйте.

Ответ:

ПОВЫШЕННЫЙ

7 $\triangle ABC$ вписан в окружность радиуса 5, $\angle A = 30°$, $\angle B = 45°$. Найдите BC и AC.



Ответ:

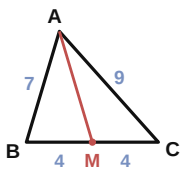
8 В $\triangle ABC$: $AB = 5$, $BC = 7$, $\angle A = 120°$. Найдите AC.

Обозначьте $AC = x$ и составьте квадратное уравнение.

Ответ:

★ $AB = 7$, $AC = 9$, $BC = 8$. Найдите медиану AM.

Сначала $\cos B$ из $\triangle ABC$, затем $\triangle ABM$.



Ответ:

Ответы: 1) $R = 8 \cdot 2$) 7 · 3) 60° · 4) 6 · 5) 7 · 6) тупоугольный ($\cos = -1/20$) · 7) $BC = 5$, $AC = 5\sqrt{2}$ · 8) 3 · ★) 7