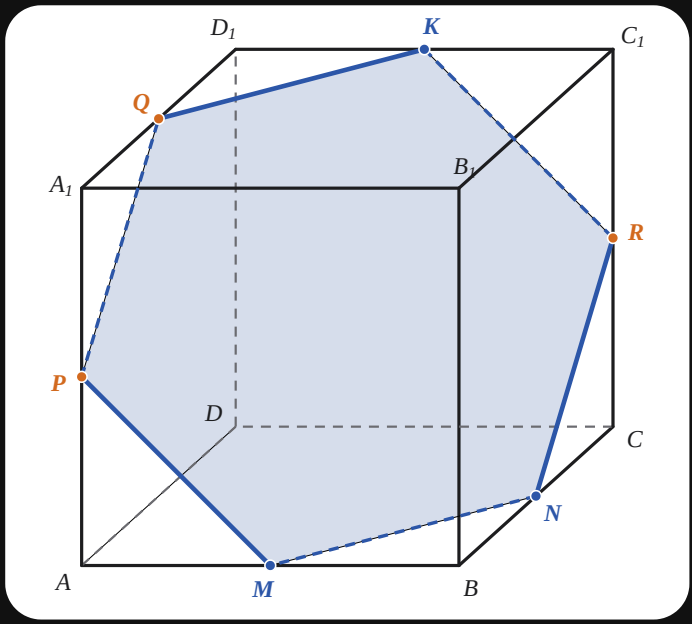
ЕГЭНИЙ
egeniy.ru

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ · СТЕРЕОМЕТРИЯ · 10 КЛАСС

Сечения многогранников

Куб · тетраэдр · пирамида · призма · параллелепипед



Ученик: _____

Что внутри

Теория: аксиомы, правила, три метода построения	с. 2–3
Раздел 1. Куб — 2 разобранных примера + 20 задач	с. 4–7
Раздел 2. Тетраэдр — 2 примера + 20 задач	с. 8–11
Раздел 3. Четырёхугольная пирамида — 2 примера + 20 задач	с. 12–15
Раздел 4. Призма и параллелепипед — 2 примера + 20 задач	с. 16–19
Ответы с рисунками	с. 20–26

Как работать. Задачи в каждом разделе идут от простых к сложным: ●○○○ — соединяем точки, ●●○○ — параллельность, ●●●○ — метод следов, ●●●● — точки в гранях и вычисления. Стройте прямо на рисунке карандашом, видимые стороны сечения — сплошной линией, невидимые — штриховой. Новые точки подписывайте буквами P, Q, R, T… по порядку — так будет проще сверяться с ответами.

Теория

Что такое сечение

Секущая плоскость — плоскость, по обе стороны от которой есть точки многогранника. **Сечение** — многоугольник, по которому секущая плоскость пересекает многогранник. Его стороны — отрезки, по которым плоскость пересекает **грани**, вершины — точки пересечения с **рёбрами**.

Аксиомы, на которых всё держится

1. Через три точки, не лежащие на одной прямой, проходит ровно одна плоскость.
2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то вся прямая лежит в этой плоскости.
3. Если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.

Четыре рабочих правила

1. **Одна грань.** Две точки секущей плоскости лежат в одной грани — соединяем их отрезком. Это сторона сечения.
2. **Параллельные грани.** Секущая плоскость пересекает две параллельные грани по **параллельным** отрезкам.
3. **Прямая ∥ плоскости.** Если прямая a секущей плоскости параллельна грани, то след в этой грани параллелен a.
4. **Одна сторона на грань.** В каждой грани — не более одной стороны сечения. Поэтому число сторон не больше числа граней.

Какие сечения возможны

Многогранник	Граней	Сечение
Тетраэдр	4	3- или 4-угольник
Четырёхугольная пирамида	5	3-, 4-, 5-угольник
Треугольная призма	5	3-, 4-, 5-угольник
Куб, параллелепипед	6	3-, 4-, 5-, 6-угольник

Почему у тетраэдра не бывает пятиугольника? Граней всего 4, а в каждой — максимум одна сторона.

Как оформлять рисунок

- Видимые стороны сечения — сплошные, невидимые (в невидимых гранях) — штриховые.
- Сечение принято слегка заштриховать.
- Вспомогательные прямые (продолжения рёбер, след) — тонкие.
- Ответ: вид многоугольника и его вершины по порядку, например «пятиугольник $MNQD_1P$».

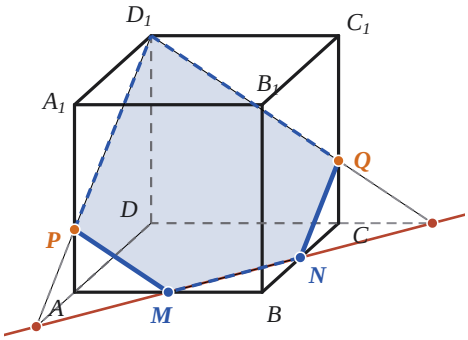
Типичные ошибки

- Соединяют точки, лежащие в **разных** гранях: такой отрезок проходит внутри тела и стороной сечения не является.
- Ищут пересечение прямых, которые не лежат в одной плоскости (скрещиваются), — такой точки нет.
- Забывают проверить параллельность: в параллельных гранях стороны должны быть параллельны.
- Заканчивают построение, когда многоугольник ещё не замкнулся.

Метод 1. Метод следов

След секущей плоскости — прямая, по которой она пересекает плоскость основания (или другой грани).

1. Найдите две точки следа: точки, где прямые секущей плоскости пересекаются с плоскостью основания. Каждая такая точка — пересечение **двух прямых одной грани**: прямой сечения и прямой ребра основания.
2. Проведите через них след.
3. След пересекает прямые рёбер основания. Каждая такая точка вместе с уже известной точкой сечения на той же боковой грани даёт новую сторону.



На рисунке след — красная прямая, продолжения рёбер — тонкие штрихи. Подробный разбор — в разделе «Куб», пример 2.

Метод 2. Метод параллельных прямых

Работает, когда в теле есть параллельные грани (куб, призма, параллелепипед) или когда найденная сторона сечения параллельна какой-то грани.

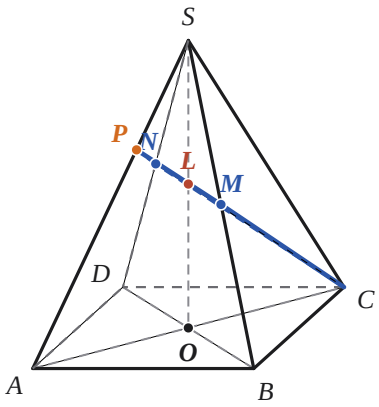
- Нашли сторону в одной грани → в параллельной грани проводим через известную точку параллельный ей отрезок.
- Прямая сечения $a \parallel$ грани α → след в α тоже $\parallel a$ (теорема о прямой, параллельной плоскости).

Признак: две из трёх данных точек лежат на прямой, параллельной ребру или диагонали основания, — ищите параллельность.

Метод 3. Внутреннее проектирование

Нужен, когда след уходит далеко за пределы рисунка или все данные точки лежат на боковых рёбрах. Разберём на примере: в пирамиде $SABCD$ точки M, N — середины SB и SD, строим сечение плоскостью MNC.

1. Проектируем данные точки из вершины S на основание: $M \to B$, $N \to D$. Ищем точку на ребре SA, его проекция — точка A.
2. В основании пересекаем проекции: $BD \cap AC = O$.
3. «Поднимаем» точку: $SO \cap MN = L$ (обе прямые лежат в плоскости SBD).
4. Прямая CL лежит в плоскости SAC и пересекает SA в искомой точке P; здесь $SP : PA = 1 : 2$.



Алгоритм для любой задачи

1. Отметьте, в каких гранях лежат данные точки. Пары точек в одной грани соедините сразу.
2. Есть параллельные грани? Перенесите найденные стороны параллельно.
3. Остались «оторванные» точки — стройте след на плоскости основания (или боковой грани).
4. Замкните многоугольник, проверьте: в каждой грани не больше одной стороны, в параллельных гранях стороны параллельны.
5. Определите вид многоугольника и запишите ответ.

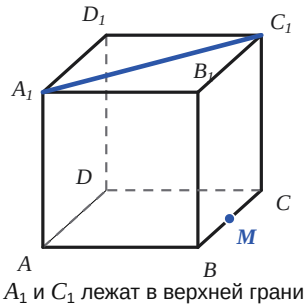
Раздел 1 Куб

Куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$: 6 граней, противоположные грани попарно параллельны. Сечение куба — от треугольника до шестиугольника.

Пример 1. Правило параллельных граней

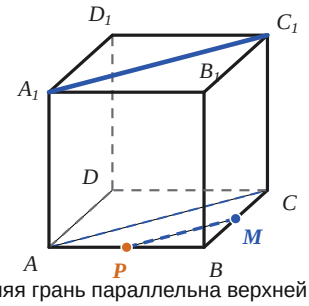
Постройте сечение куба плоскостью A_1C_1M, где M — середина ребра BC.

ШАГ 1



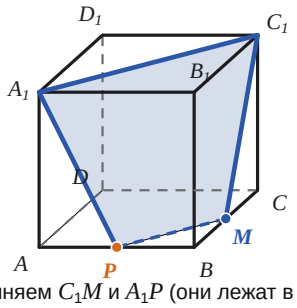
Точки A_1 и C_1 лежат в верхней грани — соединяем их.

ШАГ 2



Нижняя грань параллельна верхней, значит, след в ней параллелен A_1C_1. Проводим $MP \parallel AC \parallel A_1C_1$.

ШАГ 3



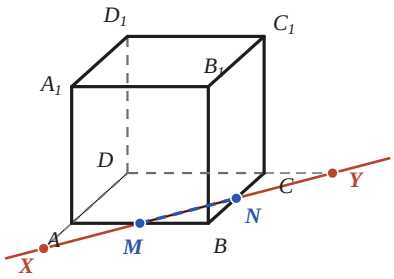
Соединяем C_1M и A_1P (они лежат в боковых гранях).

Ответ: Сечение — равнобедренная трапеция A_1C_1MP, P — середина AB.

Пример 2. Метод следов

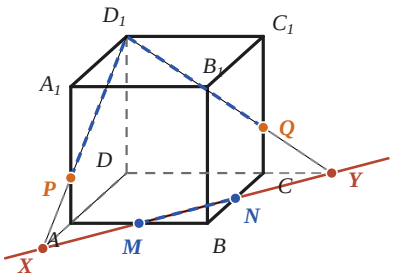
Постройте сечение куба плоскостью MND_1, где M и N — середины рёбер AB и BC.

ШАГ 1



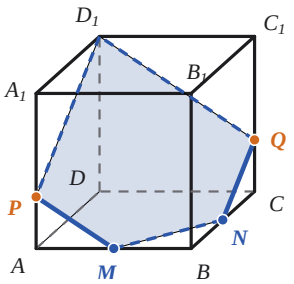
MN лежит в основании — это след секущей плоскости. Продлеваем его до пересечения с прямыми AD и CD: точки X и Y.

ШАГ 2



X и D_1 лежат в плоскости грани ADD_1A_1: прямая XD_1 пересекает AA_1 в точке P. Аналогично $YD_1 \cap CC_1 = Q$.

ШАГ 3

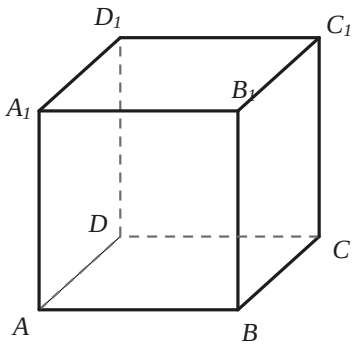


Соединяем MP и NQ — точки в одной грани.

Ответ: Сечение — пятиугольник $MNQD_1P$; $AP : PA_1 = 1 : 2$, $CQ : QC_1 = 1 : 2$.

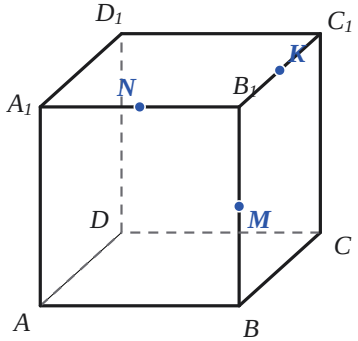
1.1

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью C_1BD.



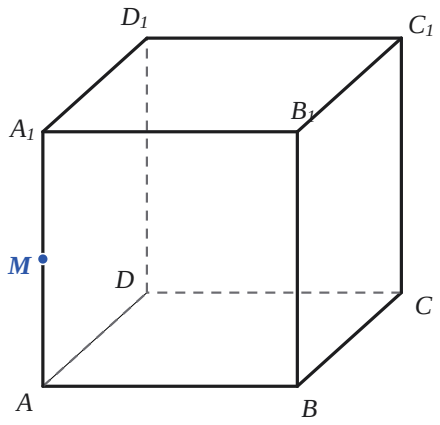
1.2

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью MNK; M — середина ребра B_1B; N — середина ребра B_1A_1; K — середина ребра B_1C_1.



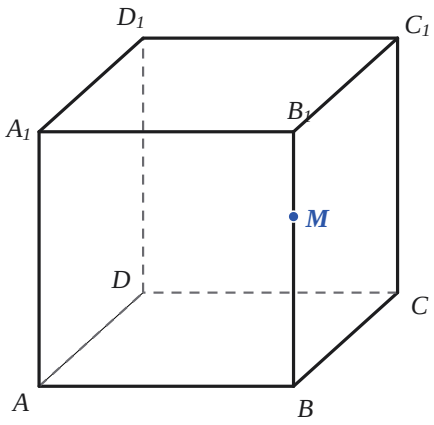
1.3

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью B_1D_1M; M — середина ребра AA_1.



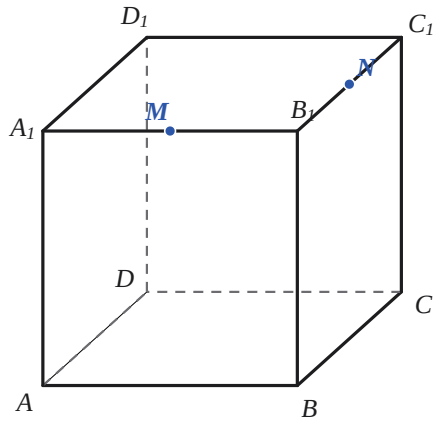
1.4

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью ACM; $M \in BB_1$, $BM : MB_1 = 2 : 1$.



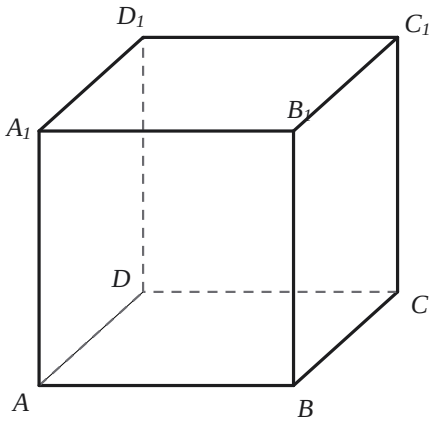
1.5

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью MNB; M — середина ребра A_1B_1; N — середина ребра B_1C_1.



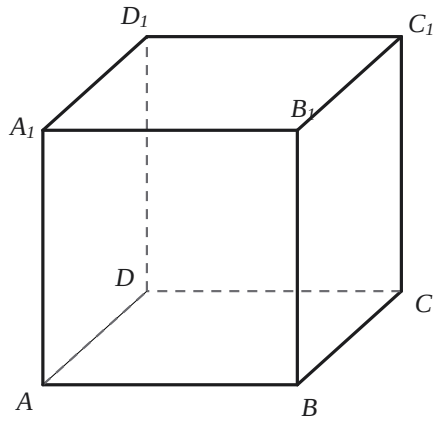
1.6

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью ACC_1.



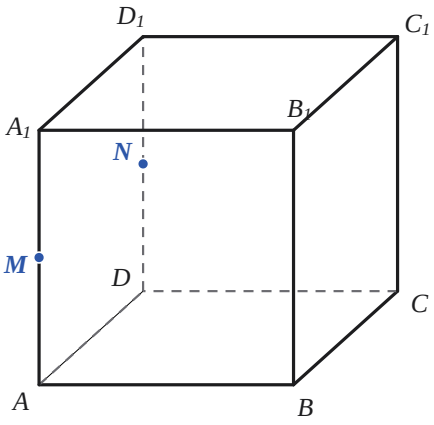
1.7

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью ABC_1.



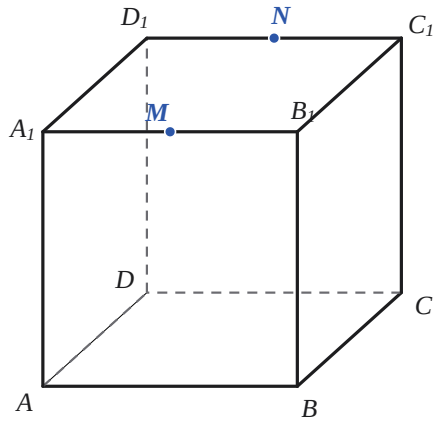
1.8

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью MNB; M — середина ребра AA_1; N — середина ребра DD_1.



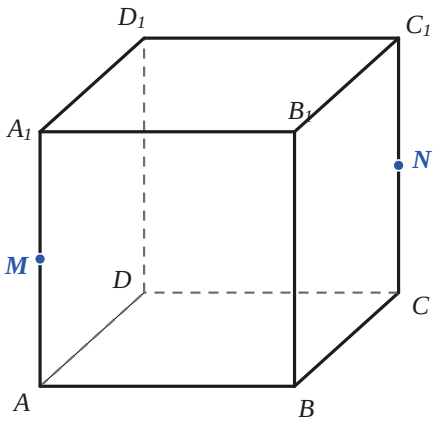
1.9

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью AMN; M — середина ребра A_1B_1; N — середина ребра D_1C_1.



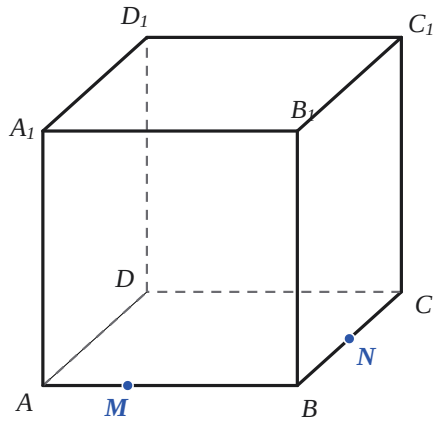
1.10

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью BMN; M — середина ребра AA_1; N — середина ребра CC_1.



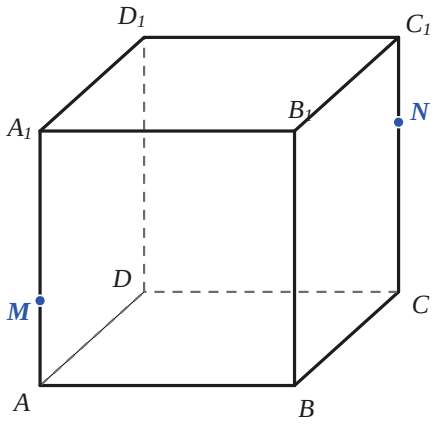
1.11

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью MNC_1; $M \in AB$, $AM : MB = 1 : 2$; N — середина ребра BC.



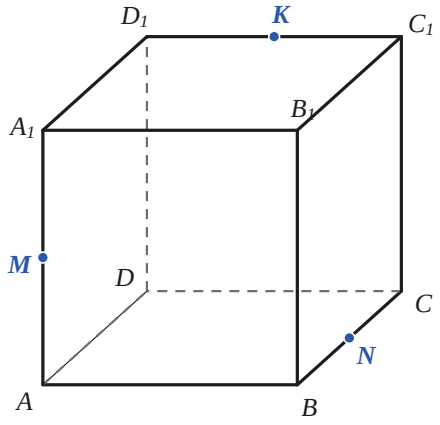
1.12

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью MND; $M \in AA_1$, $AM : MA_1 = 1 : 2$; $N \in CC_1$, $CN : NC_1 = 2 : 1$.



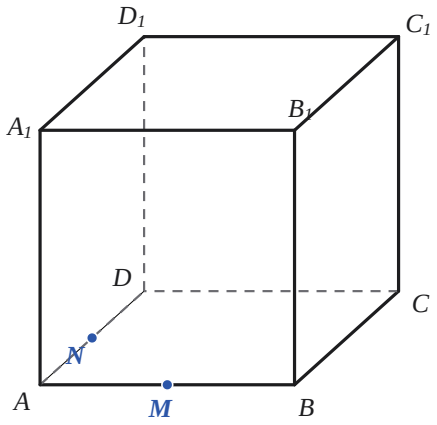
1.13

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью MNK; M — середина ребра AA_1; N — середина ребра BC; K — середина ребра D_1C_1.



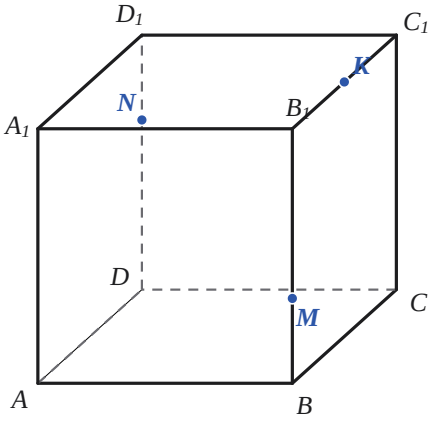
1.14

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью MNC_1; M — середина ребра AB; N — середина ребра AD.



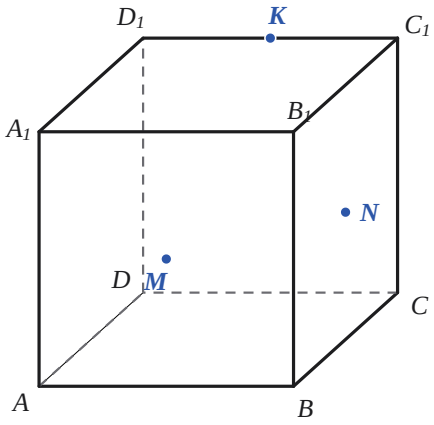
1.15

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью MNK; $M \in BB_1$, $BM : MB_1 = 1 : 2$; $N \in DD_1$, $DN : ND_1 = 2 : 1$; K — середина ребра B_1C_1.



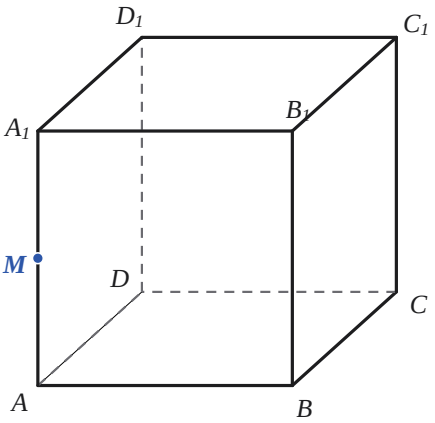
1.16

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью MNK; M лежит в грани ABB_1A_1; N лежит в грани BCC_1B_1; K — середина ребра C_1D_1.



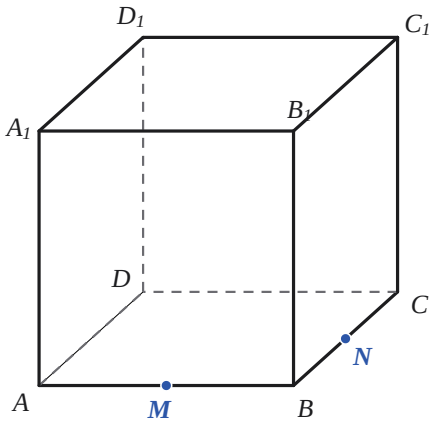
1.17

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости A_1C_1B; M — середина ребра AA_1.



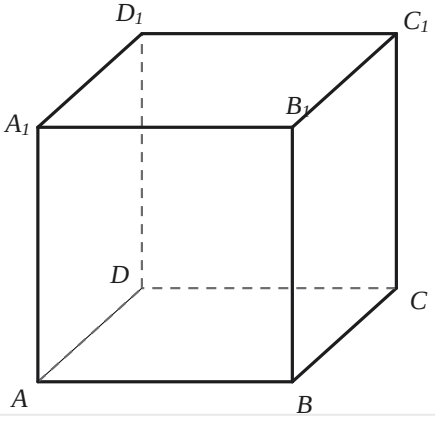
1.18

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через прямую MN параллельно прямой BD_1; M — середина ребра AB; N — середина ребра BC.



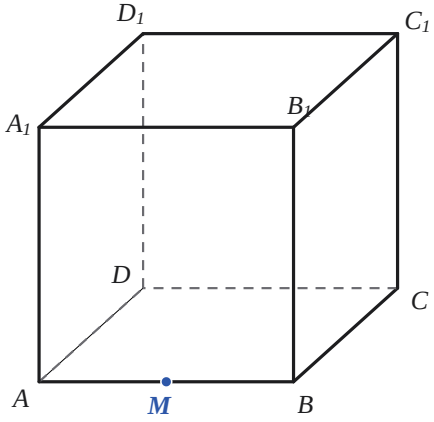
1.19

Ребро куба равно 2. Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через диагональ BD_1 параллельно прямой AC. Найдите площадь сечения.



1.20

Ребро куба равно 4. Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью B_1D_1M; M — середина ребра AB. Найдите площадь сечения.



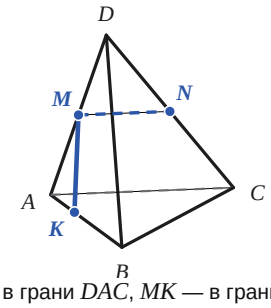
Раздел 2 Тетраэдр

Тетраэдр $DABC$: 4 грани-треугольника, параллельных граней нет. Сечение — треугольник или четырёхугольник. Главные приёмы — метод следов и параллельность прямой и плоскости.

Пример 1. Параллельная прямая

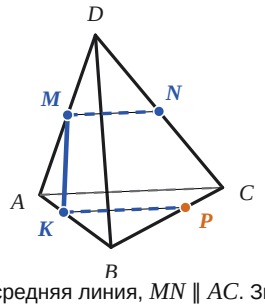
Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MNK, где M, N — середины DA и DC, $K \in AB$, $AK : KB = 1 : 2$.

ШАГ 1



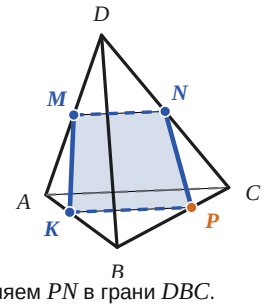
MN — в грани DAC, MK — в грани DAB. Соединяем.

ШАГ 2



MN — средняя линия, $MN \parallel AC$. Значит, $MN \parallel (ABC)$, и плоскость сечения пересекает (ABC) по прямой $KP \parallel AC$.

ШАГ 3



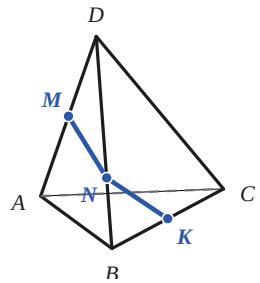
Соединяем PN в грани DBC.

Ответ: Сечение — трапеция $MKPN$ ($MN \parallel KP$); $BP : PC = 2 : 1$.

Пример 2. Метод следов

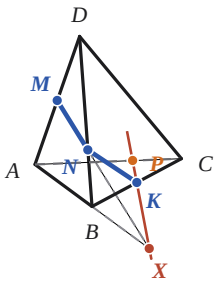
Постройте сечение тетраэдра плоскостью MNK: M — середина DA, $N \in DB$, $DN : NB = 2 : 1$, K — середина BC.

ШАГ 1



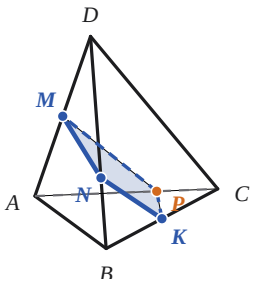
MN лежит в грани DAB, NK — в грани DBC.

ШАГ 2



Прямые MN и AB лежат в одной грани: $MN \cap AB = X$. X и K лежат в (ABC): XK — след, $XK \cap AC = P$.

ШАГ 3

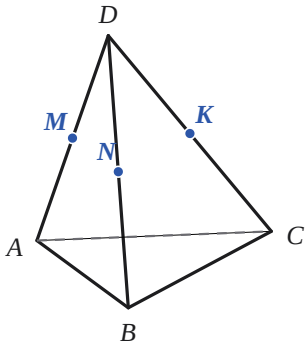


Соединяем PM в грани DAC.

Ответ: Сечение — четырёхугольник $MNKP$; $AP : PC = 2 : 1$.

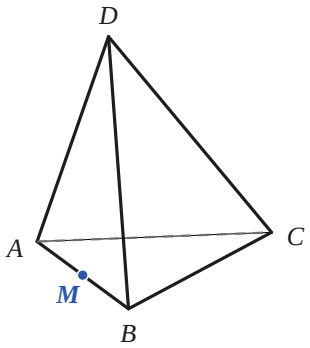
2.1

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MNK; M — середина ребра DA; N — середина ребра DB; K — середина ребра DC.



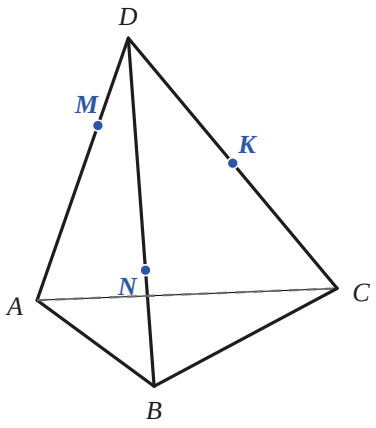
2.2

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MCD; M — середина ребра AB.



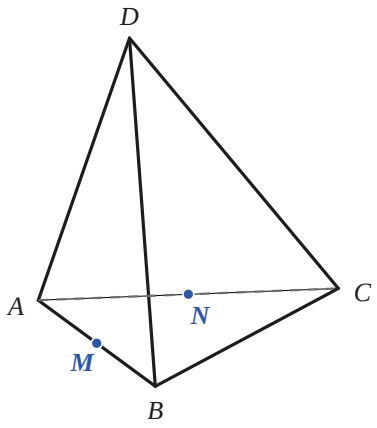
2.3

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MNK; $M \in DA$, $DM : MA = 1 : 2$; $N \in DB$, $DN : NB = 2 : 1$; K — середина ребра DC.



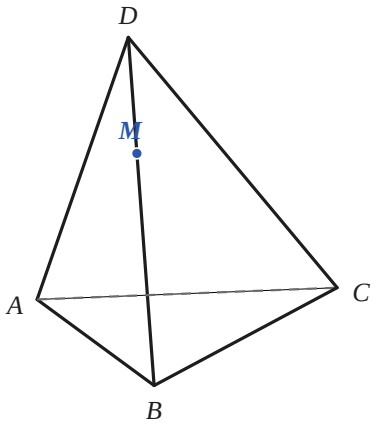
2.4

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MND; M — середина ребра AB; N — середина ребра AC.



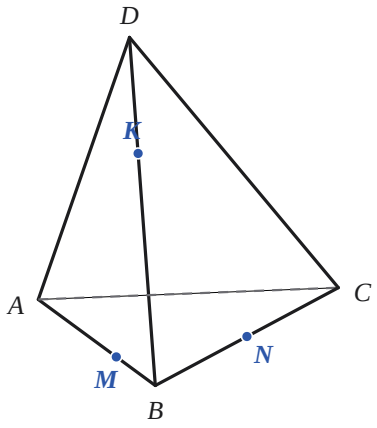
2.5

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью ACM; $M \in DB$, $DM : MB = 1 : 2$.



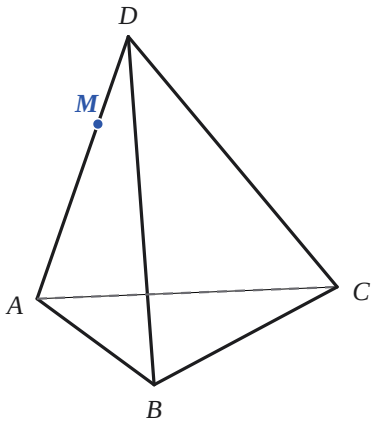
2.6

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MNK; $M \in BA$, $BM : MA = 1 : 2$; N — середина ребра BC; $K \in BD$, $BK : KD = 2 : 1$.



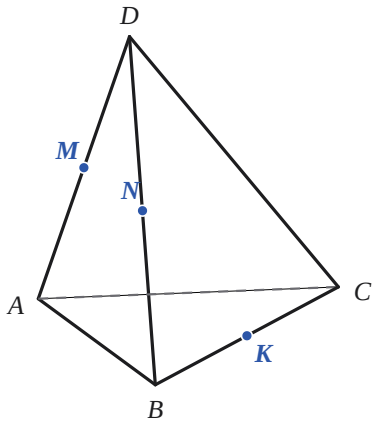
2.7

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости ABC; $M \in DA$, $DM : MA = 1 : 2$.



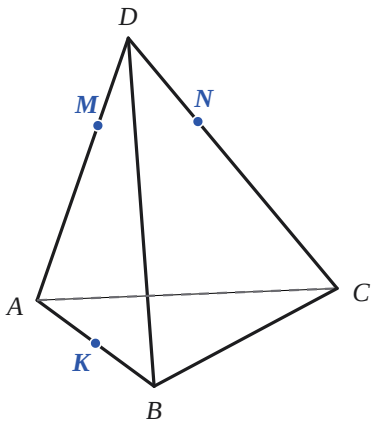
2.8

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MNK; M — середина ребра DA; N — середина ребра DB; K — середина ребра BC.



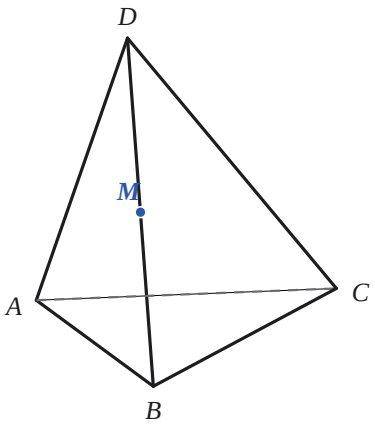
2.9

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MNK; $M \in DA$, $DM : MA = 1 : 2$; $N \in DC$, $DN : NC = 1 : 2$; K — середина ребра AB.



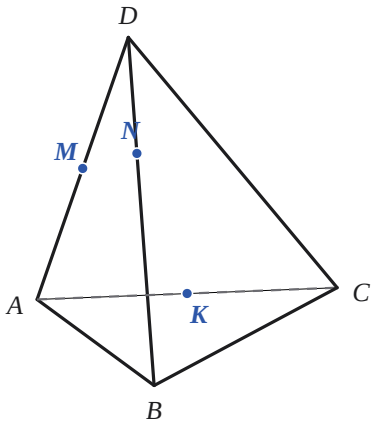
2.10

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через точку M параллельно прямым DA и BC; M — середина ребра DB.



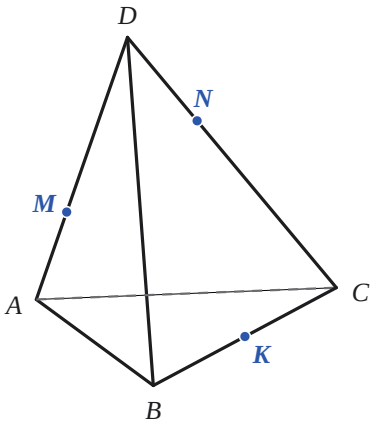
2.11

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MNK; M — середина ребра DA; $N \in DB$, $DN : NB = 1 : 2$; K — середина ребра AC.



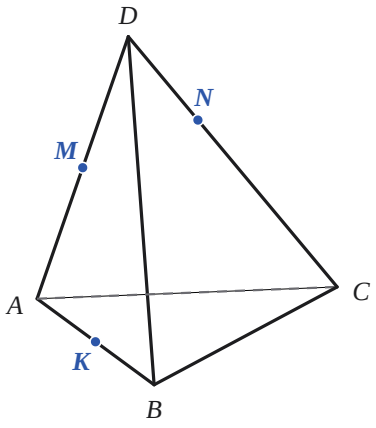
2.12

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MNK; $M \in DA$, $DM : MA = 2 : 1$; $N \in DC$, $DN : NC = 1 : 2$; K — середина ребра BC.



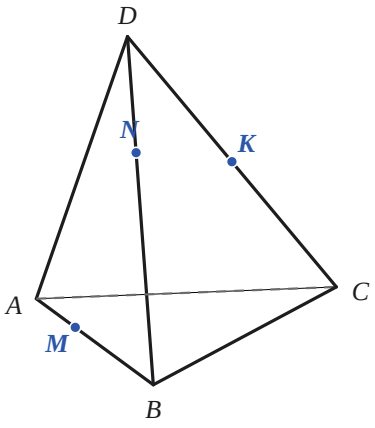
2.13

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MNK; M — середина ребра DA; $N \in DC$, $DN : NC = 1 : 2$; K — середина ребра AB.



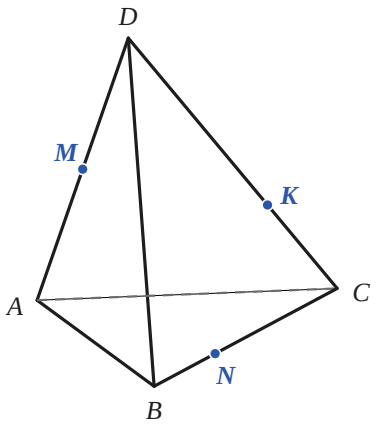
2.14

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MNK; $M \in AB$, $AM : MB = 1 : 2$; $N \in DB$, $DN : NB = 1 : 2$; K — середина ребра DC.



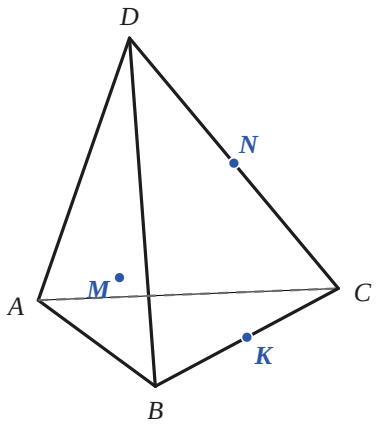
2.15

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MNK; M — середина ребра DA; $N \in BC$, $BN : NC = 1 : 2$; $K \in DC$, $DK : KC = 2 : 1$.



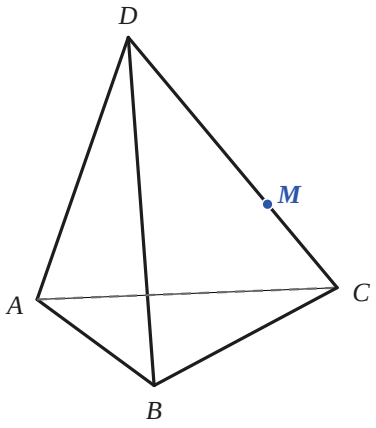
2.16

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью MNK; M лежит в грани DAB; N — середина ребра DC; K — середина ребра BC.



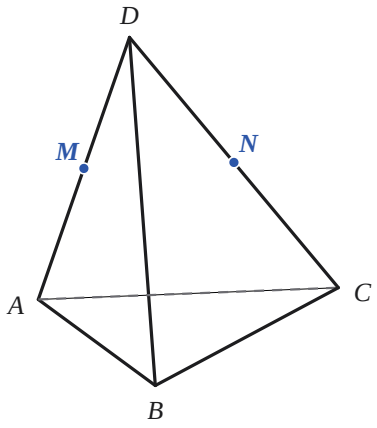
2.17

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости ABD; $M \in DC$, $DM : MC = 2 : 1$.



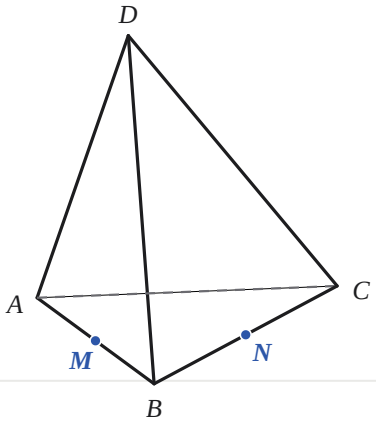
2.18

Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через прямую MN параллельно прямой DB; M — середина ребра DA; N — середина ребра DC.



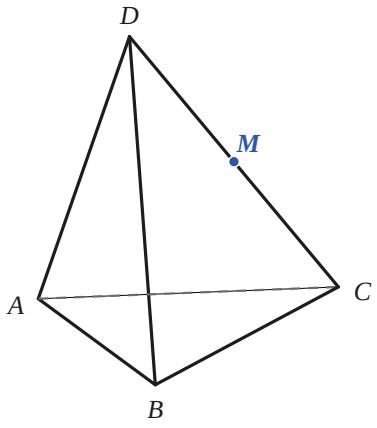
2.19

Все рёбра тетраэдра равны 6. Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через прямую MN параллельно прямой BD; M — середина ребра AB; N — середина ребра BC. Найдите периметр и площадь сечения.



2.20

Все рёбра тетраэдра равны 4. Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью ABM; M — середина ребра DC. Найдите площадь сечения.



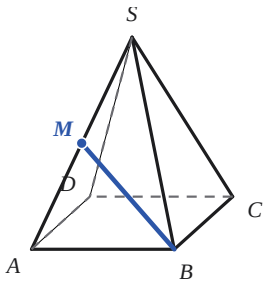
Раздел 3 Четырёхугольная пирамида

Правильная пирамида $SABCD$: в основании квадрат, вершина S проецируется в центр O основания. Сечение — от треугольника до пятиугольника.

Пример 1. Прямая, параллельная плоскости

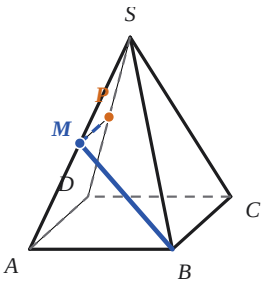
Постройте сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью BCM, где M — середина SA.

ШАГ 1



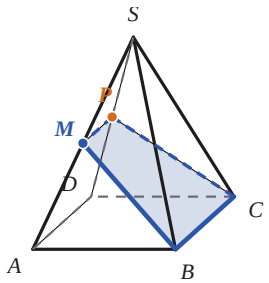
B и M лежат в грани SAB — соединяем.

ШАГ 2



$BC \parallel AD$, значит, $BC \parallel$ (SAD). Плоскость сечения пересекает (SAD) по прямой $MP \parallel AD$.

ШАГ 3



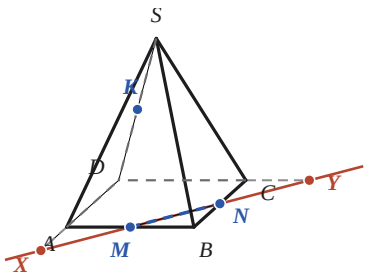
Соединяем CP в грани SCD.

Ответ: Сечение — равнобедренная трапеция $BCPM$, P — середина SD.

Пример 2. Метод следов

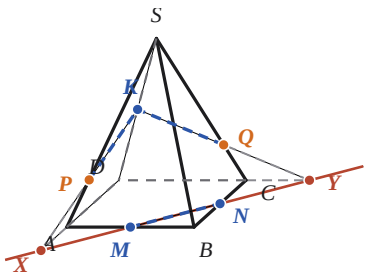
Постройте сечение пирамиды плоскостью MNK, где M, N, K — середины AB, BC, SD.

ШАГ 1



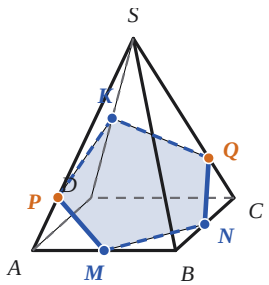
MN — след в основании. Продлеваем: $MN \cap AD = X$, $MN \cap CD = Y$.

ШАГ 2



В грани SAD: $XK \cap SA = P$. В грани SCD: $YK \cap SC = Q$.

ШАГ 3

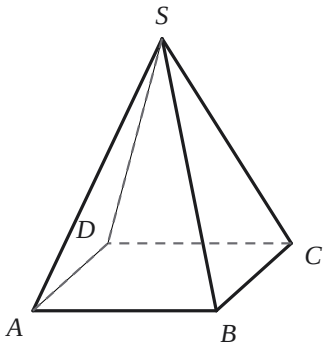


Соединяем MP и NQ.

Ответ: Сечение — пятиугольник $MNQKP$; $SP : PA = SQ : QC = 3 : 1$.

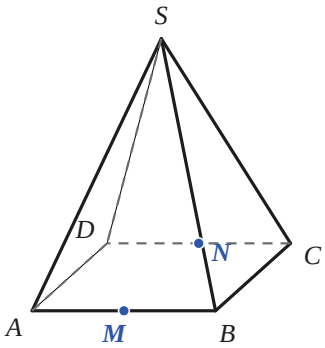
3.1

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью SAC.



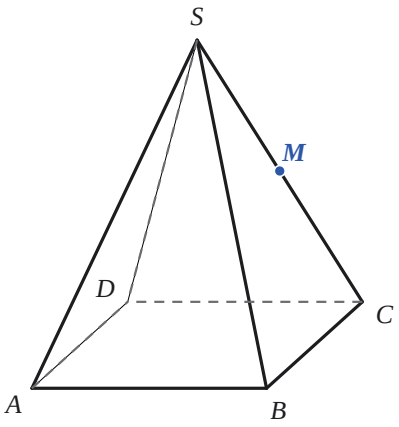
3.2

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью SMN; M — середина ребра AB; N — середина ребра CD.



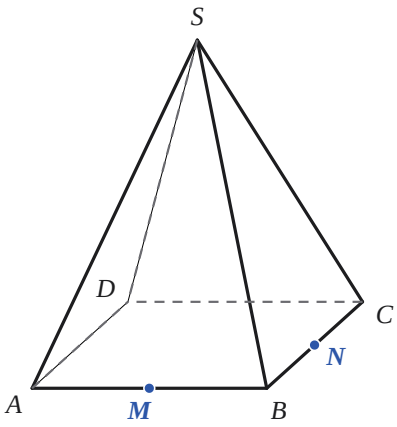
3.3

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью BDM; M — середина ребра SC.



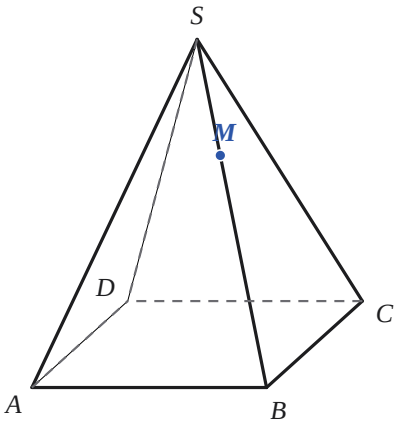
3.4

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью SMN; M — середина ребра AB; N — середина ребра BC.



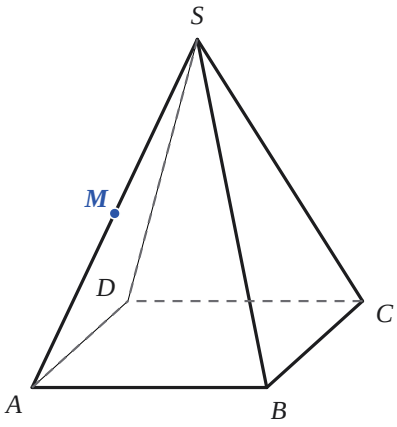
3.5

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью ACM; $M \in SB$, $SM : MB = 1 : 2$.



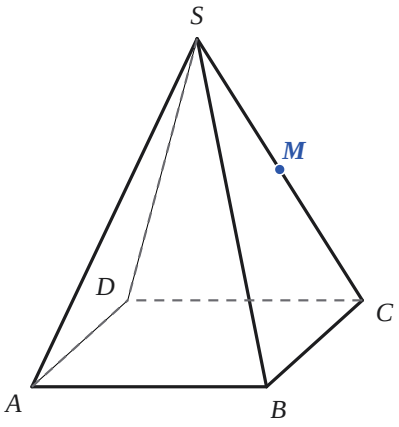
3.6

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости ABC; M — середина ребра SA.



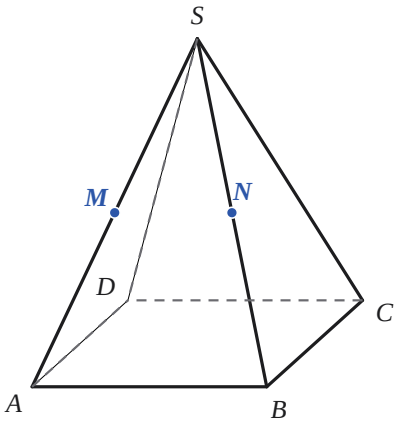
3.7

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью ABM; M — середина ребра SC.



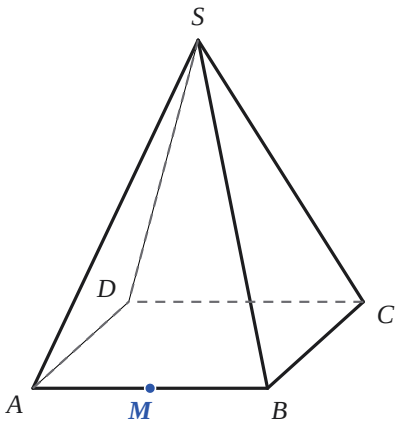
3.8

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью MNC; M — середина ребра SA; N — середина ребра SB.



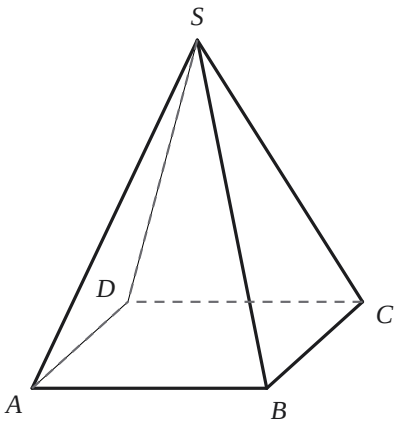
3.9

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости SAD; M — середина ребра AB.



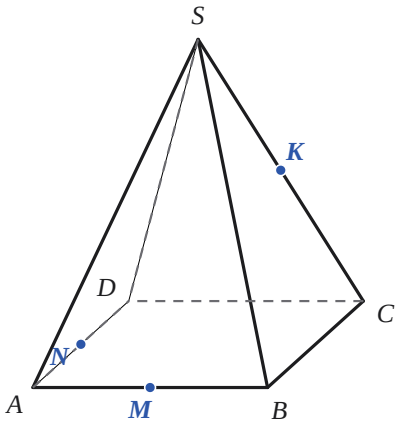
3.10

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью, проходящей через прямую AC параллельно ребру SD.



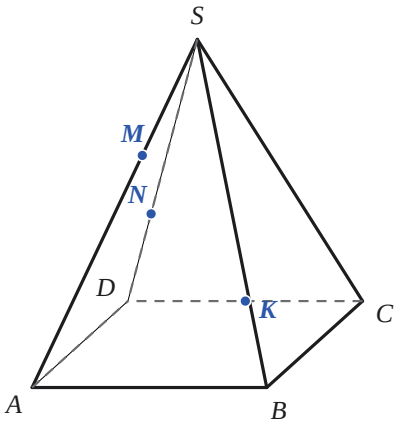
3.11

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью MNK; M — середина ребра AB; N — середина ребра AD; K — середина ребра SC.



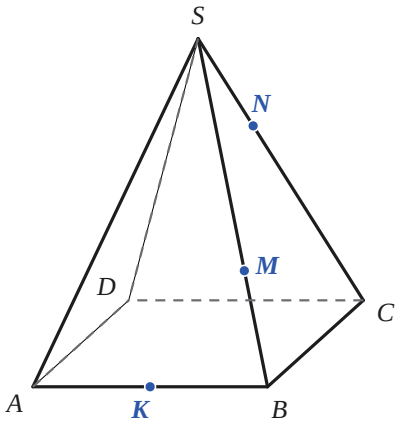
3.12

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью MNK; $M \in SA$, $SM : MA = 1 : 2$; $N \in SD$, $SN : ND = 2 : 1$; K — середина ребра CD.



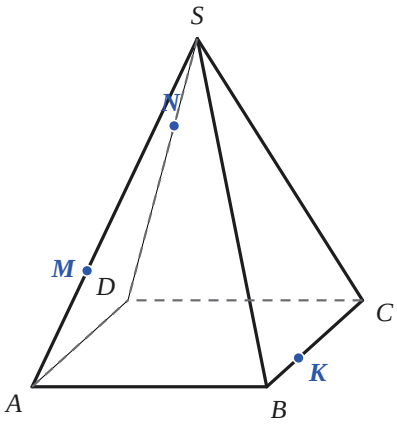
3.13

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью MNK; $M \in SB$, $SM : MB = 2 : 1$; $N \in SC$, $SN : NC = 1 : 2$; K — середина ребра AB.



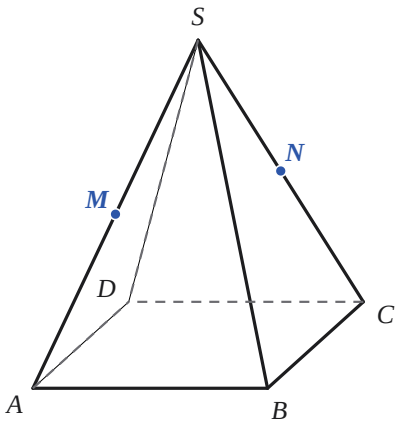
3.14

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью MNK; $M \in SA$, $SM : MA = 2 : 1$; $N \in SD$, $SN : ND = 1 : 2$; $K \in BC$, $BK : KC = 1 : 2$.



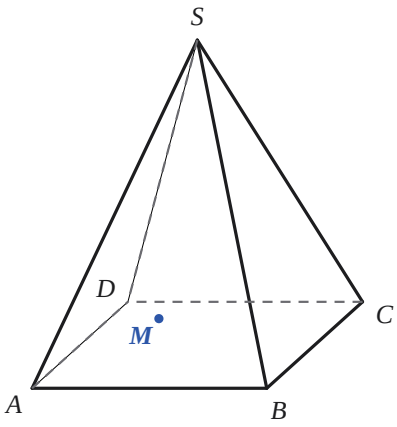
3.15

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью MNB; M — середина ребра SA; N — середина ребра SC.



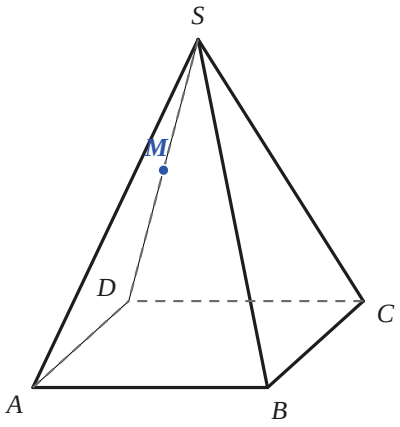
3.16

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости ABC; M лежит в грани SAB.



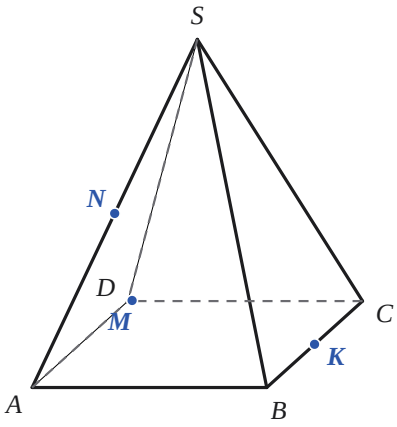
3.17

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости SAB; M — середина ребра SD.



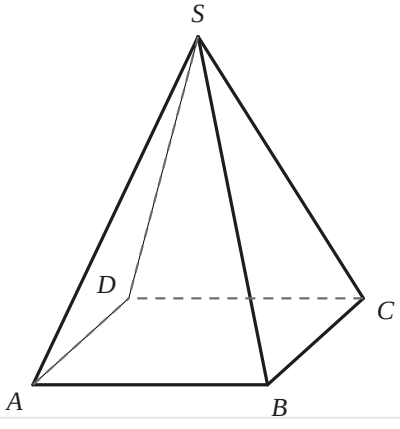
3.18

Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью MNK; M лежит в грани SAB; N — середина ребра SA; K — середина ребра BC.



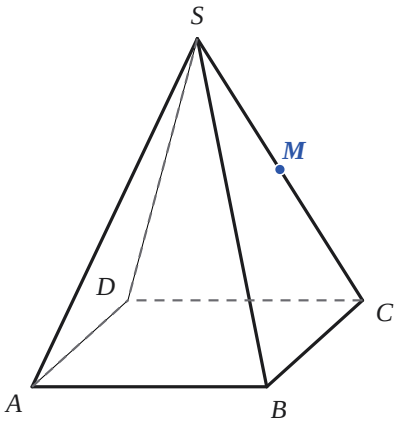
3.19

Все рёбра пирамиды равны 4. Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью, проходящей через вершину S и диагональ основания AC. Найдите площадь сечения.



3.20

Все рёбра пирамиды равны 6. Постройте сечение правильной пирамиды $SABCD$ плоскостью ABM; M — середина ребра SC. Найдите периметр сечения.



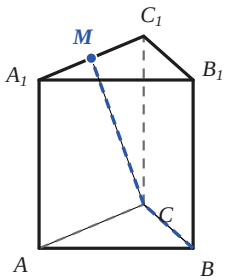
Раздел 4 Призма и параллелепипед

Правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$ (сечение — до пятиугольника) и прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (до шестиугольника). Основания параллельны — пользуемся этим постоянно.

Пример 1. Параллельные основания

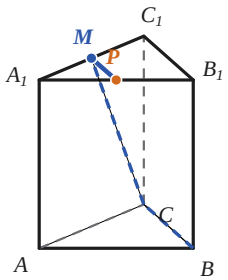
Постройте сечение призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью BCM, где M — середина A_1C_1.

ШАГ 1



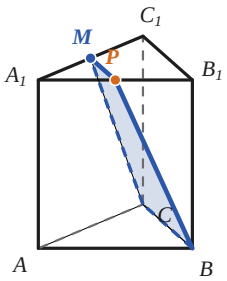
BC — в нижнем основании, CM — в грани AA_1C_1C.

ШАГ 2



Основания параллельны, поэтому в верхнем основании проводим $MP \parallel BC$ (то есть $\parallel B_1C_1$).

ШАГ 3



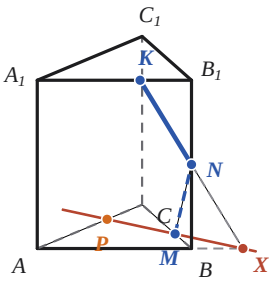
Соединяем PB в грани ABB_1A_1.

Ответ: Сечение — равнобедренная трапеция $BCMP$, P — середина A_1B_1.

Пример 2. Метод следов + параллельность

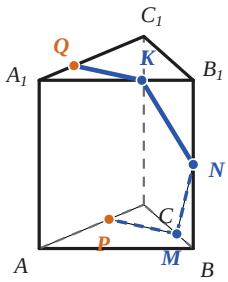
Постройте сечение призмы плоскостью MNK: $M \in BC$, $BM : MC = 1 : 2$; N — середина BB_1; $K \in A_1B_1$, $A_1K : KB_1 = 2 : 1$.

ШАГ 1



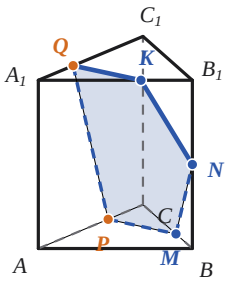
Соединяем MN и NK. В грани ABB_1A_1: $KN \cap AB = X$. Тогда XM — след, $XM \cap AC = P$.

ШАГ 2



Основания параллельны: в верхнем проводим $KQ \parallel MP$, $Q \in A_1C_1$.

ШАГ 3

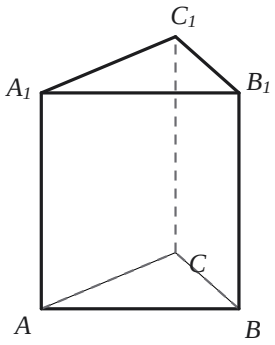


Соединяем QP в грани AA_1C_1C.

Ответ: Сечение — пятиугольник $MNKQP$; $AP : PC = 2 : 1$, $A_1Q : QC_1 = 1 : 2$.

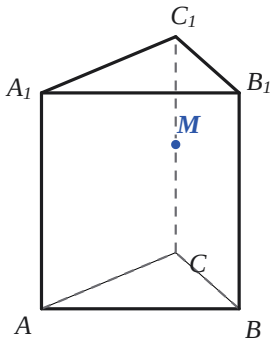
4.1

Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью ABC_1.



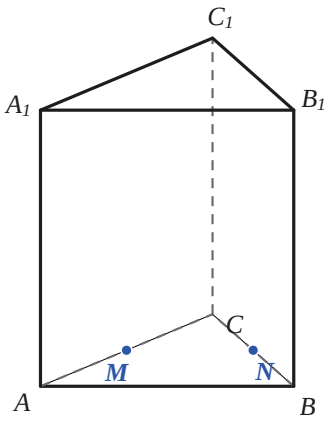
4.2

Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью MAB; M — середина ребра CC_1.



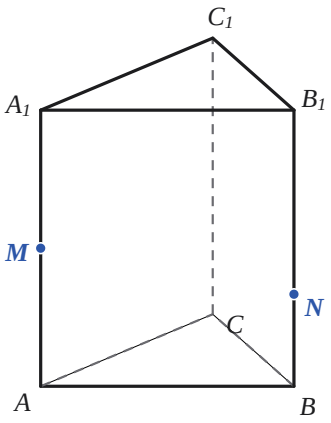
4.3

Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью MNC_1; M — середина ребра CA; N — середина ребра CB.



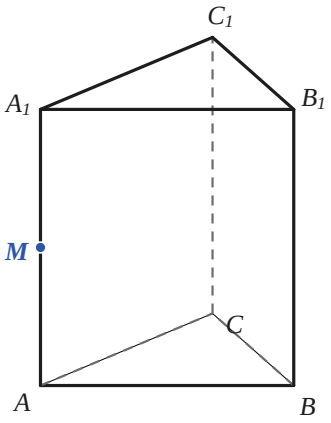
4.4

Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью MNC_1; M — середина ребра AA_1; $N \in BB_1$, $BN : NB_1 = 1 : 2$.



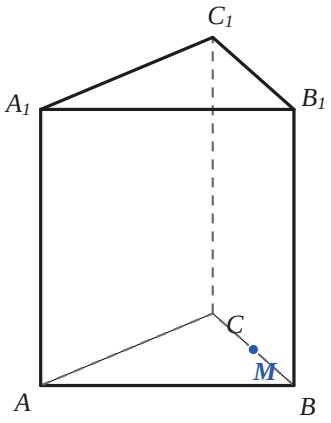
4.5

Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости ABC; M — середина ребра AA_1.



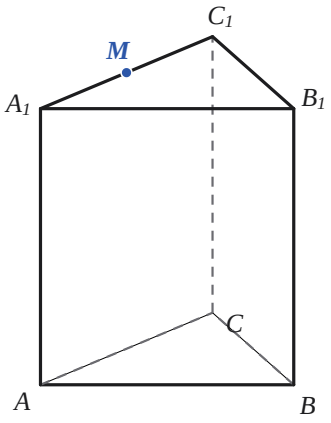
4.6

Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью AA_1M; M — середина ребра BC.



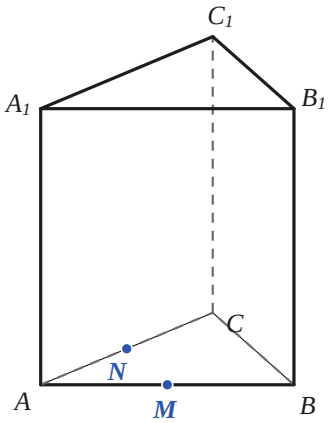
4.7

Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью ABM; M — середина ребра A_1C_1.



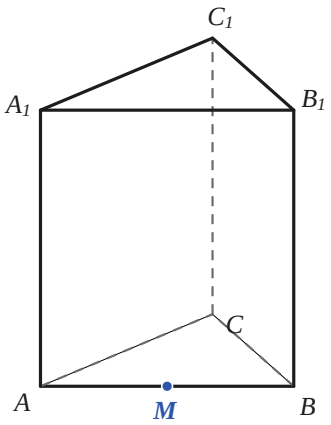
4.8

Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью MNB_1; M — середина ребра AB; N — середина ребра AC.



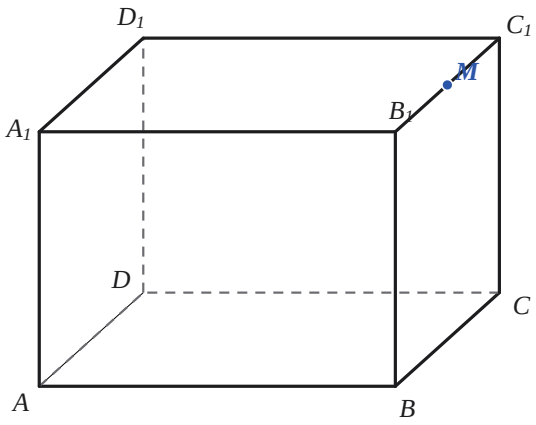
4.9

Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости ACC_1; M — середина ребра AB.



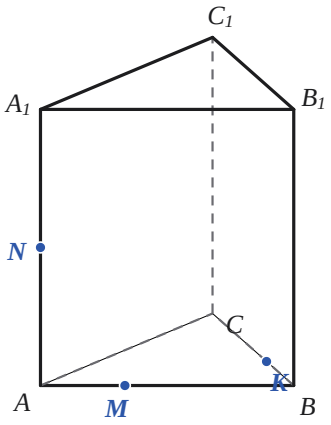
4.10

Постройте сечение прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью ACM; M — середина ребра B_1C_1.



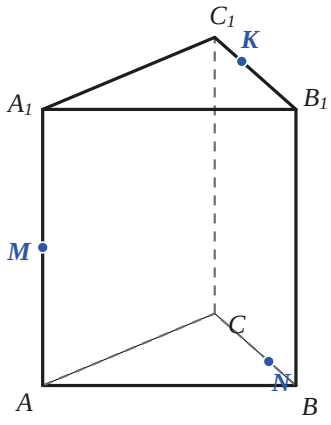
4.11

Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью MNK; $M \in AB$, $AM : MB = 1 : 2$; N — середина ребра AA_1; $K \in BC$, $BK : KC = 1 : 2$.



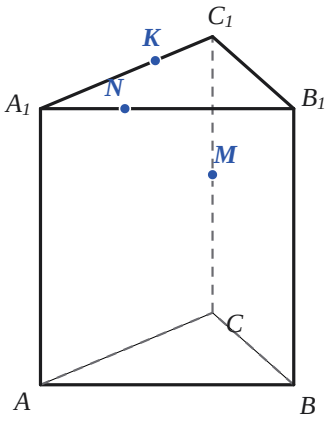
4.12

Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью MNK; M — середина ребра AA_1; $N \in BC$, $BN : NC = 1 : 2$; $K \in B_1C_1$, $B_1K : KC_1 = 2 : 1$.



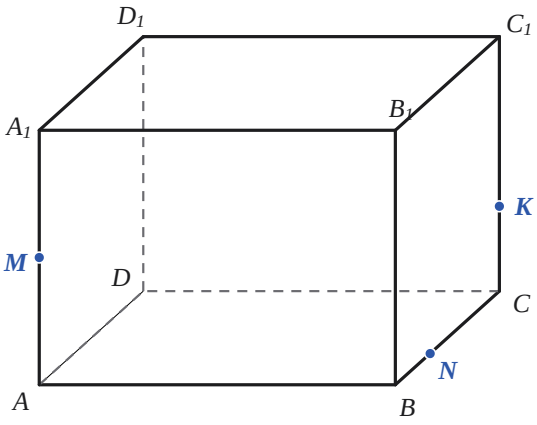
4.13

Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью MNK; M — середина ребра CC_1; $N \in A_1B_1$, $A_1N : NB_1 = 1 : 2$; $K \in A_1C_1$, $A_1K : KC_1 = 2 : 1$.



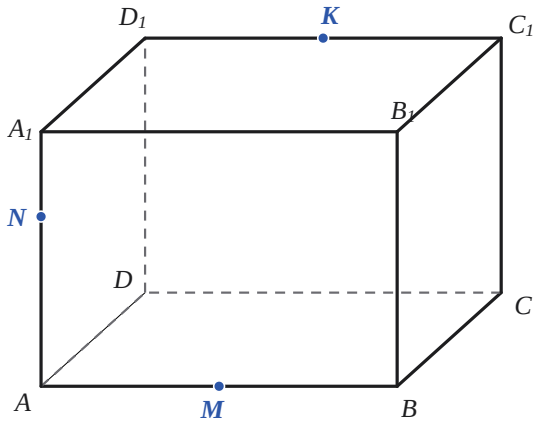
4.14

Постройте сечение прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью MNK; M — середина ребра AA_1; $N \in BC$, $BN : NC = 1 : 2$; $K \in CC_1$, $CK : KC_1 = 1 : 2$.



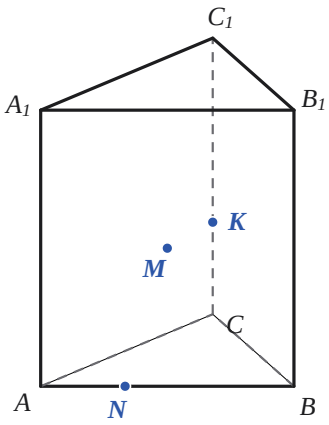
4.15

Постройте сечение прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью MNK; M — середина ребра AB; $N \in AA_1$, $AN : NA_1 = 2 : 1$; K — середина ребра C_1D_1.



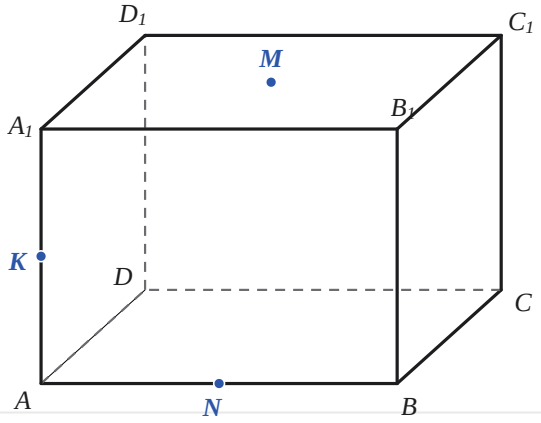
4.16

Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью MNK; M лежит в грани ABB_1A_1; $N \in AB$, $AN : NB = 1 : 2$; $K \in CC_1$, $CK : KC_1 = 1 : 2$.



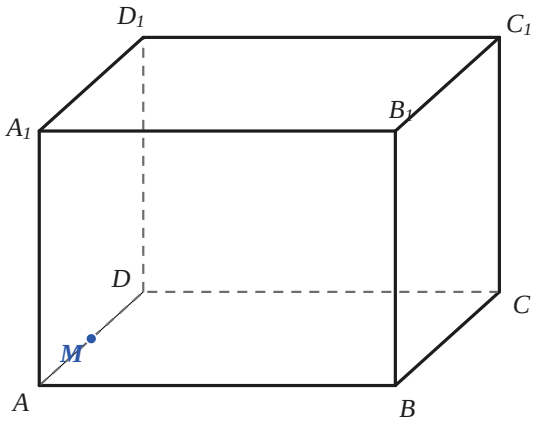
4.17

Постройте сечение прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью MNK; M лежит в грани $A_1B_1C_1D_1$; N — середина ребра AB; K — середина ребра AA_1.



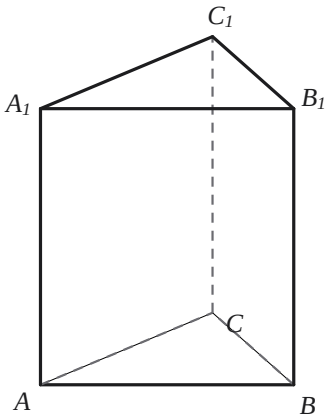
4.18

Постройте сечение прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости A_1BD; M — середина ребра AD.



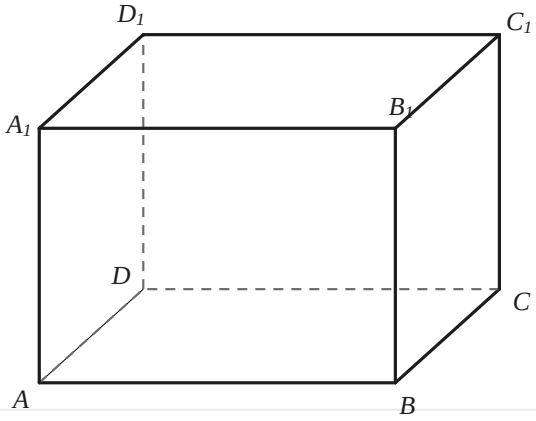
4.19

Все рёбра призмы равны 6. Постройте сечение правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью ABC_1. Найдите площадь сечения.



4.20

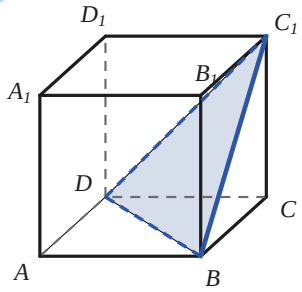
$AB = 3$, $AD = 4$, $AA_1 = 12$. Постройте сечение прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью ACC_1. Найдите периметр и площадь сечения.



Ответы

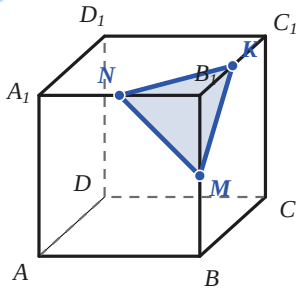
данные точки | новые вершины сечения | след и его точки | продолжения рёбер / сторон

1.1 Куб



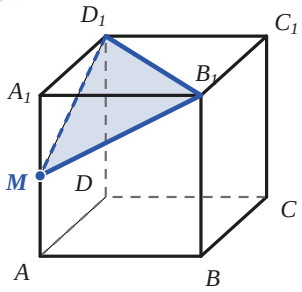
Равносторонний треугольник C_1BD

1.2 Куб



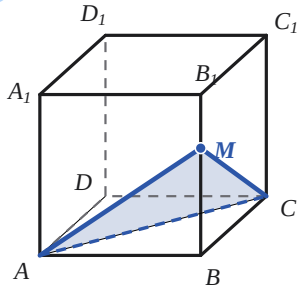
Равносторонний треугольник MNK

1.3 Куб



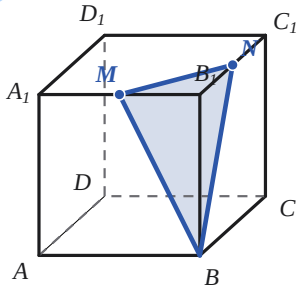
Равнобедренный треугольник B_1D_1M

1.4 Куб



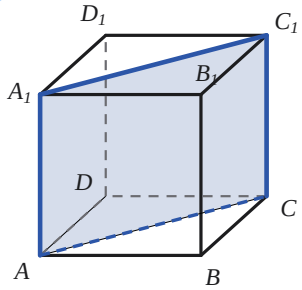
Равнобедренный треугольник ACM

1.5 Куб



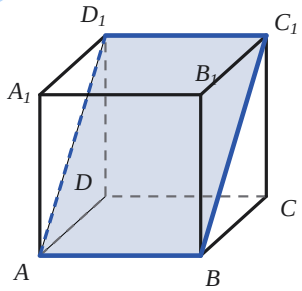
Равнобедренный треугольник MNB

1.6 Куб



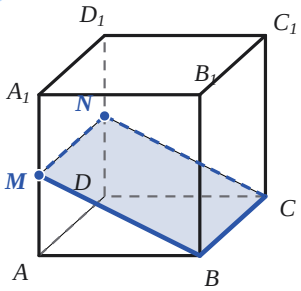
Прямоугольник ACC_1A_1

1.7 Куб



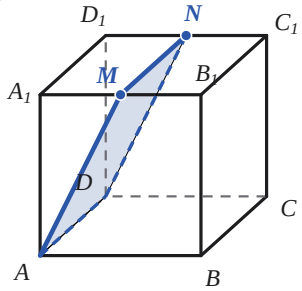
Прямоугольник AD_1C_1B

1.8 Куб



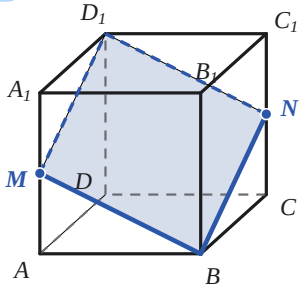
Прямоугольник $MBCN$

1.9 Куб



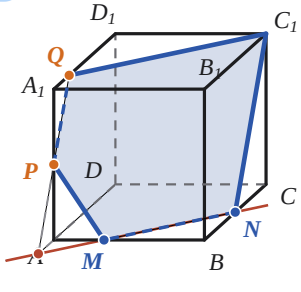
Прямоугольник $ADNM$

1.10 Куб



Ромб BMD_1N

1.11 Куб

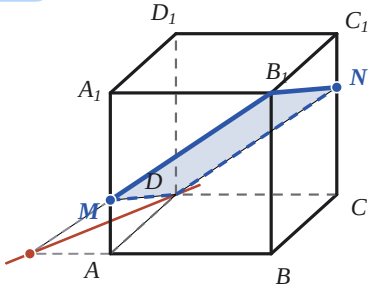


Пятиугольник $MPQC_1N$

P — середина AA_1; $Q \in A_1D_1$, $A_1Q : QD_1 = 1 : 3$

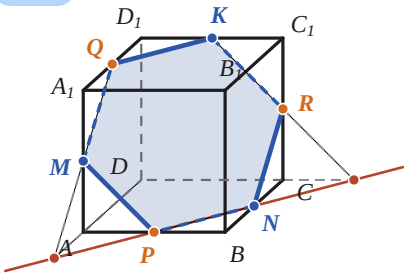
$PQ \parallel C_1N$, $QC_1 \parallel NM$

1.12 Куб



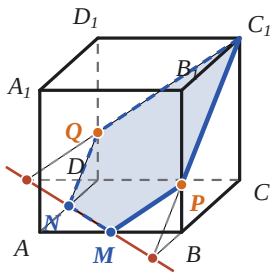
Параллелограмм $MDNB_1$

1.13 Куб



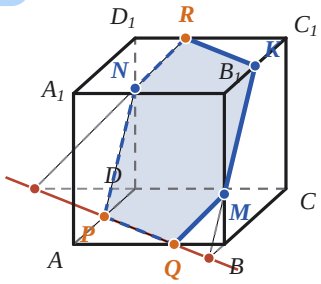
Правильный шестиугольник $MQKRNP$
Q, R, P — середины A_1D_1, CC_1, AB
противоположные стороны параллельны

1.14 Куб



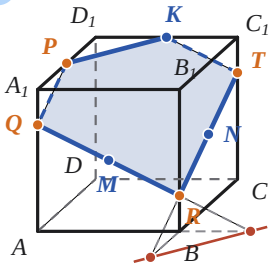
Пятиугольник MPC_1QN
$P \in BB_1$, $BP : PB_1 = 1 : 2$; $Q \in DD_1$, $DQ : QD_1 = 1 : 2$
$MP \parallel C_1Q$, $PC_1 \parallel QN$

1.15 Куб



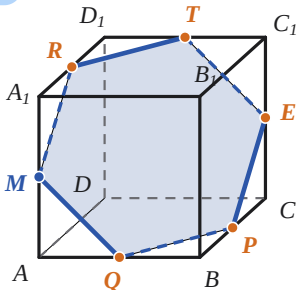
Шестиугольник $MKRNPQ$
$R \in C_1D_1$, $C_1R : RD_1 = 2 : 1$; P — середина AD; $Q \in AB$, $AQ : QB = 2 : 1$
противоположные стороны параллельны

1.16 Куб



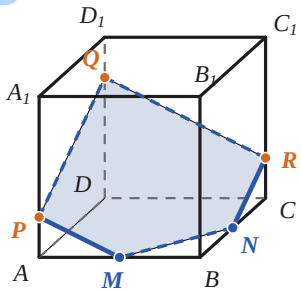
Пятиугольник $KPQRT$
P — середина A_1D_1; $Q \in AA_1$, $AQ : QA_1 = 3 : 1$; $R \in BB_1$, $BR : RB_1 = 1 : 3$; $T \in CC_1$, $CT : TC_1 = 3 : 1$

1.17 Куб



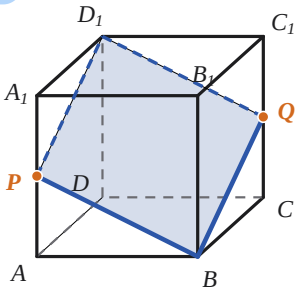
Правильный шестиугольник $MRTEPQ$
R, T, E, P, Q — середины A_1D_1, C_1D_1, CC_1, BC, AB
противоположные стороны параллельны

1.18 Куб



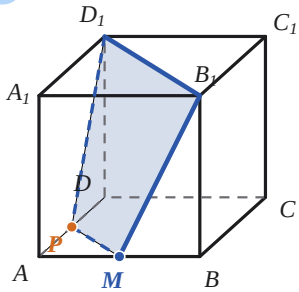
Пятиугольник $MPQRN$
$P \in AA_1$, $AP : PA_1 = 1 : 3$; $Q \in DD_1$, $DQ : QD_1 = 3 : 1$; $R \in CC_1$, $CR : RC_1 = 1 : 3$
$MP \parallel QR$, $PQ \parallel RN$

1.19 Куб



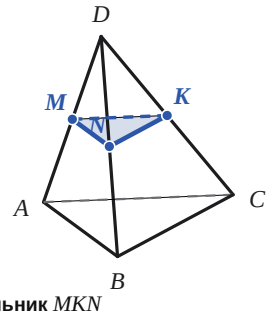
Ромб BPD_1Q
$S = 2\sqrt{6}$
P, Q — середины AA_1, CC_1

1.20 Куб



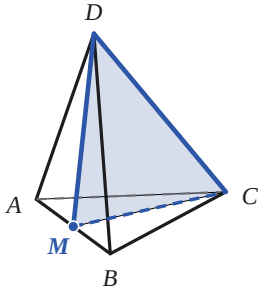
Равнобедренная трапеция B_1D_1PM
$S = 18$
P — середина AD
$B_1D_1 \parallel PM$

2.1 Тетраэдр



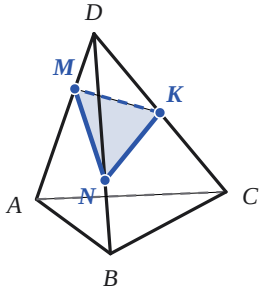
Треугольник MKN

2.2 Тетраэдр



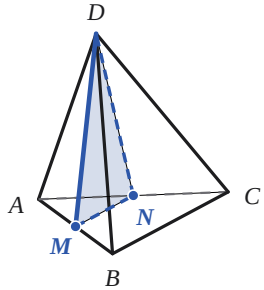
Треугольник MCD

2.3 Тетраэдр



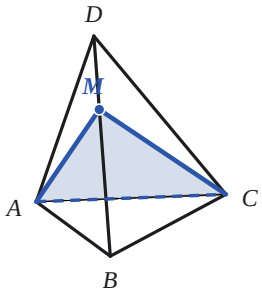
Треугольник MNK

2.4 Тетраэдр



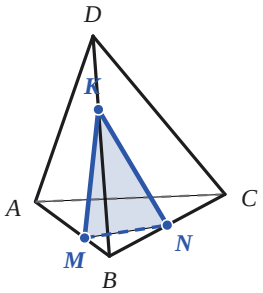
Треугольник MND

2.5 Тетраэдр



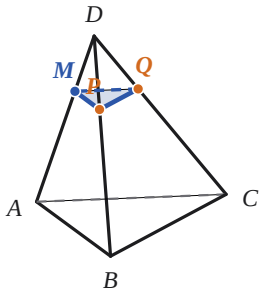
Треугольник *ACM*

2.6 Тетраэдр



Треугольник *MNK*

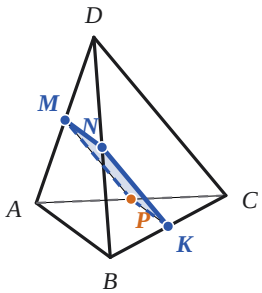
2.7 Тетраэдр



Треугольник *MPQ*

$P \in DB$, $DP : PB = 1 : 2$; $Q \in DC$, $DQ : QC = 1 : 2$

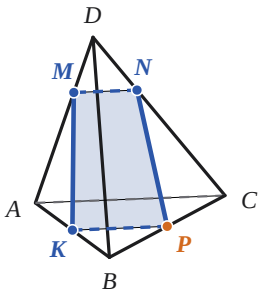
2.8 Тетраэдр



Параллелограмм *MNKP*

P — середина *AC*

2.9 Тетраэдр

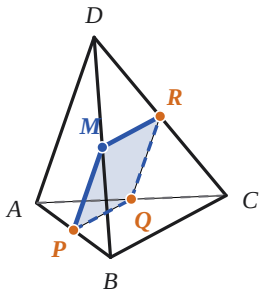


Трапеция *MKPN*

P — середина *BC*

$KP \parallel NM$

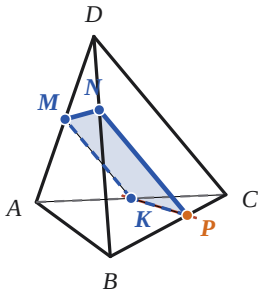
2.10 Тетраэдр



Параллелограмм *MPQR*

P, *Q*, *R* — середины *AB*, *AC*, *DC*

2.11 Тетраэдр

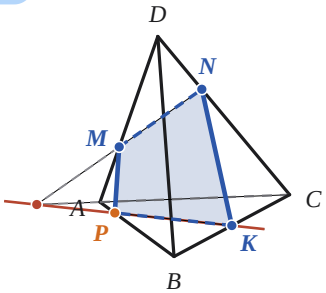


Трапеция *MNPK*

$P \in BC$, $BP : PC = 2 : 1$

$NP \parallel KM$

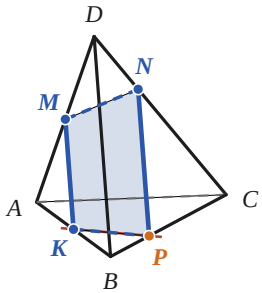
2.12 Тетраэдр



Четырёхугольник *MNKP*

$P \in AB$, $AP : PB = 1 : 4$

2.13 Тетраэдр

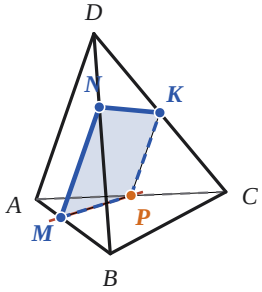


Трапеция *MKPN*

$P \in BC$, $BP : PC = 1 : 2$

$MK \parallel PN$

2.14 Тетраэдр

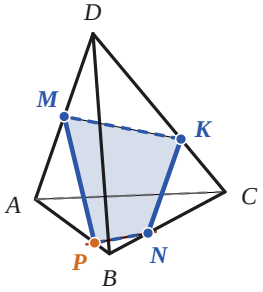


Трапеция *MPKN*

P — середина *AC*

$PK \parallel NM$

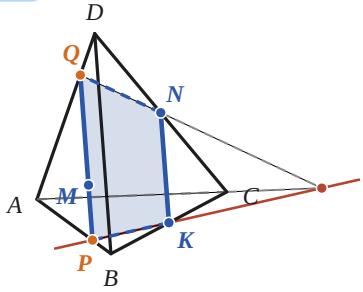
2.15 Тетраэдр



Четырёхугольник *MPNK*

$P \in AB$, $AP : PB = 4 : 1$

2.16 Тетраэдр

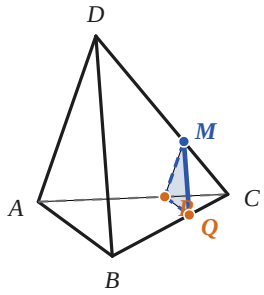


Трапеция *NQPK*

$Q \in DA$, $DQ : QA = 1 : 3$; $P \in AB$, $AP : PB = 3 : 1$

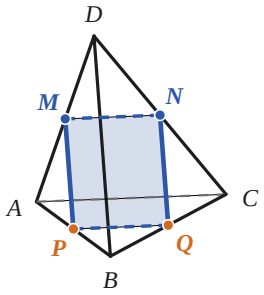
$QP \parallel KN$

2.17 Тетраэдр



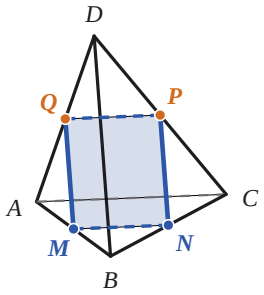
Треугольник MPQ
$P \in AC$, $AP : PC = 2 : 1$; $Q \in BC$, $BQ : QC = 2 : 1$

2.18 Тетраэдр



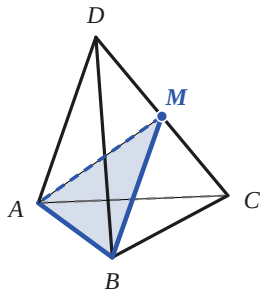
Параллелограмм $MPQN$
P, Q — середины AB, BC

2.19 Тетраэдр



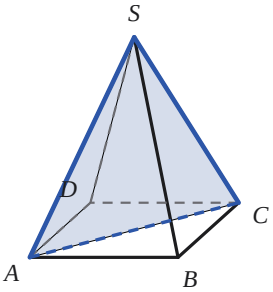
Параллелограмм $MNPQ$ (при данных размерах — квадрат)
$\boldsymbol{P = 12}$, $\boldsymbol{S = 9}$
P, Q — середины DC, DA

2.20 Тетраэдр



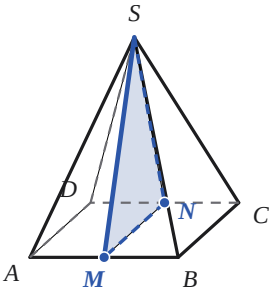
Треугольник ABM (при данных размерах — равнобедренный треугольник)
$\boldsymbol{S = 4\sqrt{2}}$

3.1 Четырёхугольная пирамида



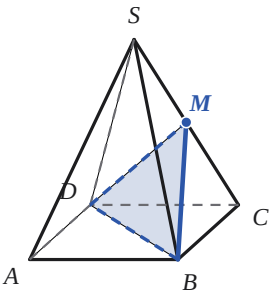
Равнобедренный треугольник SAC

3.2 Четырёхугольная пирамида



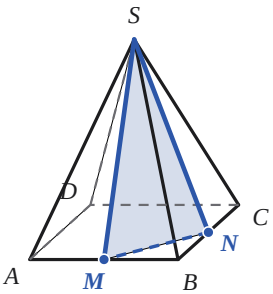
Равнобедренный треугольник SNM

3.3 Четырёхугольная пирамида



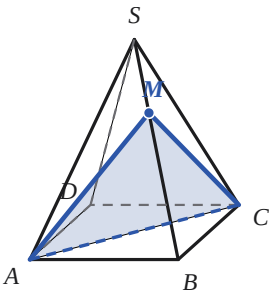
Равнобедренный треугольник BDM

3.4 Четырёхугольная пирамида



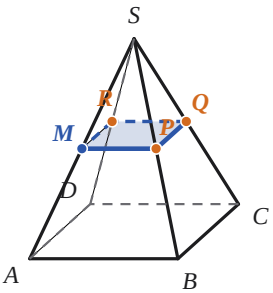
Равнобедренный треугольник SNM

3.5 Четырёхугольная пирамида



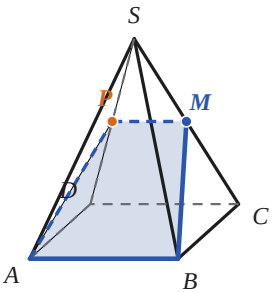
Равнобедренный треугольник ACM

3.6 Четырёхугольная пирамида



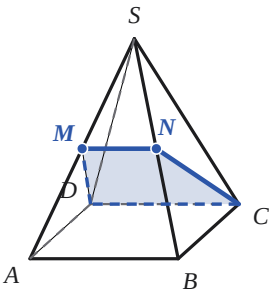
Квадрат $MPQR$
P, Q, R — середины SB, SC, SD

3.7 Четырёхугольная пирамида



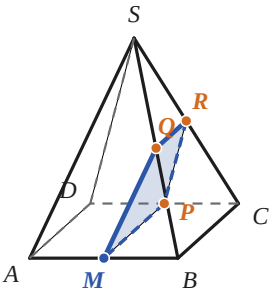
Равнобедренная трапеция $APMB$
P — середина SD
$PM \parallel BA$

3.8 Четырёхугольная пирамида



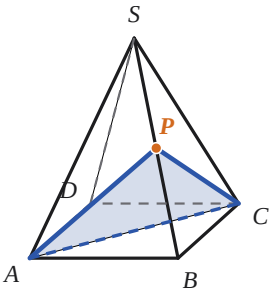
Равнобедренная трапеция $MNCD$
$MN \parallel CD$

3.9 Четырёхугольная пирамида



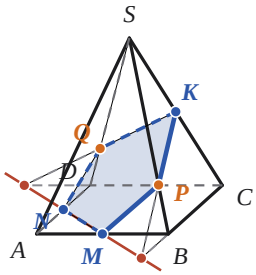
Равнобедренная трапеция $MQRP$
Q, R, P — середины SB, SC, CD
$QR \parallel PM$

3.10 Четырёхугольная пирамида



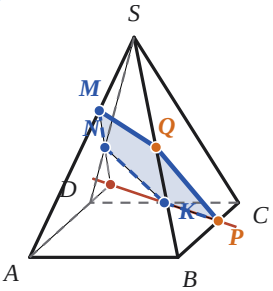
Равнобедренный треугольник ACP
P — середина SB

3.11 Четырёхугольная пирамида



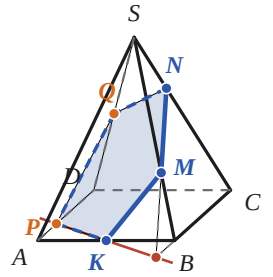
Пятиугольник $MPKQN$
$P \in SB$, $SP : PB = 3 : 1$; $Q \in SD$, $SQ : QD = 3 : 1$

3.12 Четырёхугольная пирамида



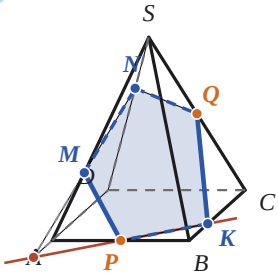
Пятиугольник $MNKPQ$
$P \in BC$, $BP : PC = 2 : 1$; Q — середина SB

3.13 Четырёхугольная пирамида



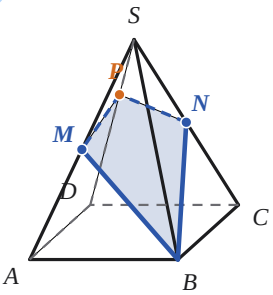
Пятиугольник $MNQPK$
Q — середина SD; $P \in AD$, $AP : PD = 1 : 2$

3.14 Четырёхугольная пирамида



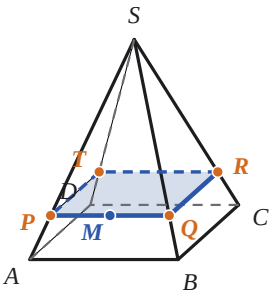
Пятиугольник $MNQKP$
Q, P — середины SC, AB

3.15 Четырёхугольная пирамида



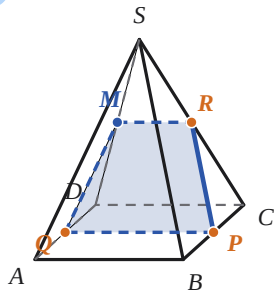
Четырёхугольник $MBNP$
$P \in SD$, $SP : PD = 1 : 2$
Внутреннее проектирование: $MN \cap SO = L$, $BL \cap SD = P$.

3.16 Четырёхугольная пирамида



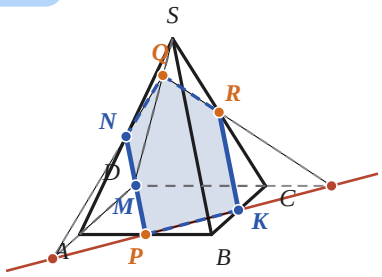
Квадрат $PQRT$
$P \in SA$, $SP : PA = 4 : 1$; $Q \in SB$, $SQ : QB = 4 : 1$; $R \in SC$, $SR : RC = 4 : 1$; $T \in SD$, $ST : TD = 4 : 1$

3.17 Четырёхугольная пирамида



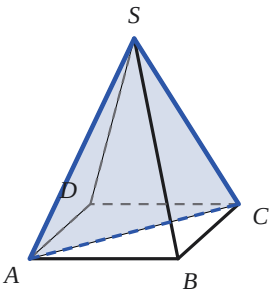
Равнобедренная трапеция $MRPQ$
R, P, Q — середины SC, BC, AD
$MR \parallel PQ$

3.18 Четырёхугольная пирамида



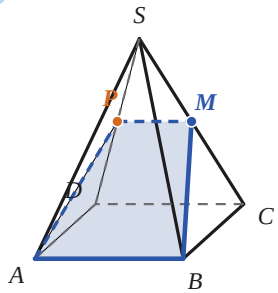
Пятиугольник $NQRKP$
R, P — середины SC, AB; $Q \in SD$, $SQ : QD = 1 : 3$
$RK \parallel PN$

3.19 Четырёхугольная пирамида



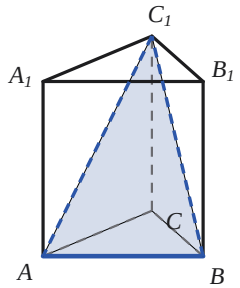
Равнобедренный треугольник SAC (при данных размерах — прямоугольный равнобедренный треугольник)
$S = 8$

3.20 Четырёхугольная пирамида



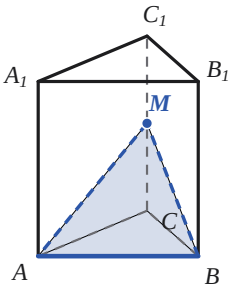
Равнобедренная трапеция $APMB$
$P = 9 + 6\sqrt{3}$
P — середина SD
$PM \parallel BA$

4.1 Призма и параллелепипед



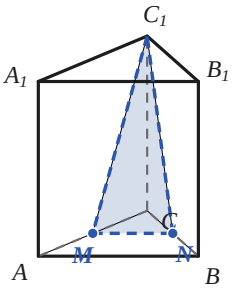
Равнобедренный треугольник ABC_1

4.2 Призма и параллелепипед



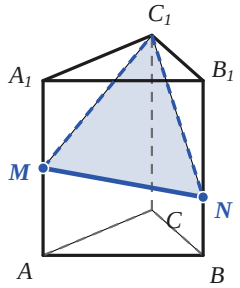
Равнобедренный треугольник MAB

4.3 Призма и параллелепипед



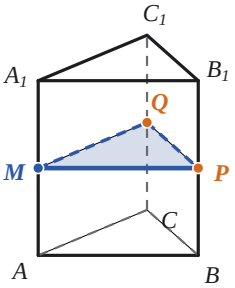
Равнобедренный треугольник MNC_1

4.4 Призма и параллелепипед



Треугольник MC_1N

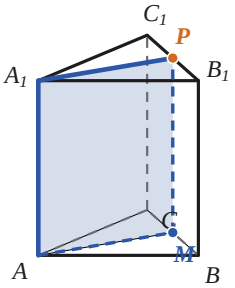
4.5 Призма и параллелепипед



Равносторонний треугольник MQP

Q, P — середины CC_1, BB_1

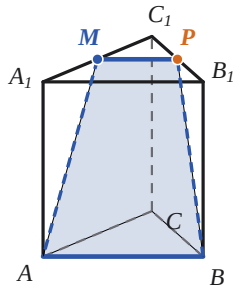
4.6 Призма и параллелепипед



Прямоугольник $AMPA_1$

P — середина B_1C_1

4.7 Призма и параллелепипед

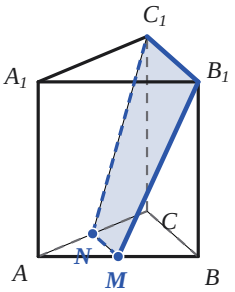


Равнобедренная трапеция $ABPM$

P — середина B_1C_1

$AB \parallel PM$

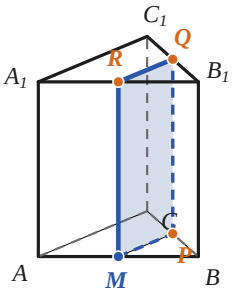
4.8 Призма и параллелепипед



Равнобедренная трапеция MNC_1B_1

$MN \parallel C_1B_1$

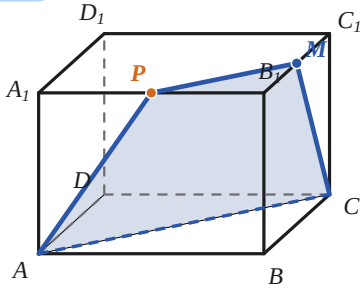
4.9 Призма и параллелепипед



Прямоугольник $MPQR$

P, Q, R — середины BC, B_1C_1, A_1B_1

4.10 Призма и параллелепипед

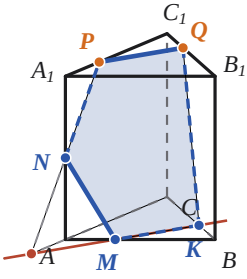


Трапеция $ACMP$

P — середина A_1B_1

$AC \parallel MP$

4.11 Призма и параллелепипед

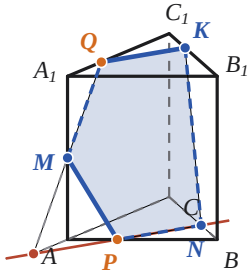


Пятиугольник $MNPQK$

$P \in A_1C_1$, $A_1P : PC_1 = 1 : 2$; $Q \in B_1C_1$, $B_1Q : QC_1 = 2 : 1$

$PQ \parallel KM$

4.12 Призма и параллелепипед

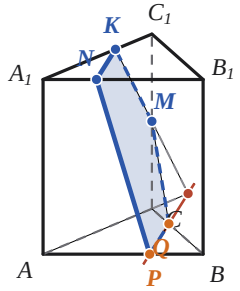


Пятиугольник $MQKNP$

$Q \in A_1C_1$, $A_1Q : QC_1 = 1 : 2$; $P \in AB$, $AP : PB = 1 : 2$

$QK \parallel NP$

4.13 Призма и параллелепипед

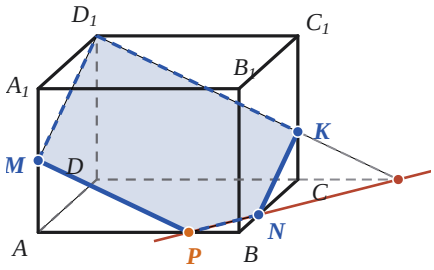


Пятиугольник $MKNPQ$

$P \in AB$, $AP : PB = 2 : 1$; $Q \in BC$, $BQ : QC = 2 : 1$

$KN \parallel PQ$

4.14 Призма и параллелепипед

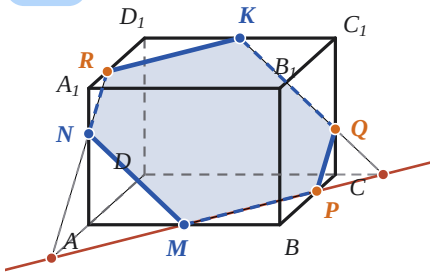


Пятиугольник MD_1KNP

$P \in AB$, $AP : PB = 3 : 1$

$MD_1 \parallel KN$, $D_1K \parallel PM$

4.15 Призма и параллелепипед

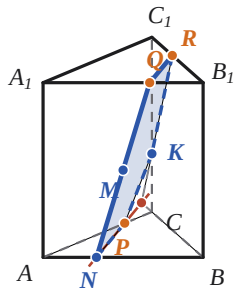


Шестиугольник $MPQKRN$

$P \in BC$, $BP : PC = 2 : 1$; $Q \in CC_1$, $CQ : QC_1 = 1 : 2$; $R \in A_1D_1$, $A_1R : RD_1 = 1 : 2$

противоположные стороны параллельны

4.16 Призма и параллелепипед

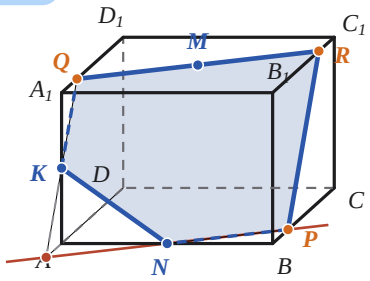


Пятиугольник $NQRKP$

$Q \in A_1B_1$, $A_1Q : QB_1 = 2 : 1$; $R \in B_1C_1$, $B_1R : RC_1 = 3 : 2$; $P \in AC$, $AP : PC = 3 : 1$

$QR \parallel PN$

4.17 Призма и параллелепипед

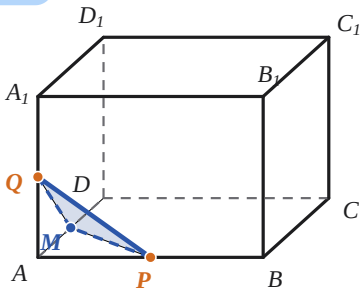


Пятиугольник $NKQRP$

$Q \in A_1D_1$, $A_1Q : QD_1 = 1 : 3$; $R \in B_1C_1$, $B_1R : RC_1 = 3 : 1$; $P \in BC$, $BP : PC = 1 : 3$

$KQ \parallel RP$, $QR \parallel PN$

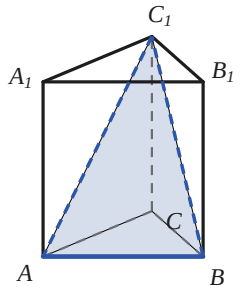
4.18 Призма и параллелепипед



Треугольник MQP

Q, P — середины AA_1, AB

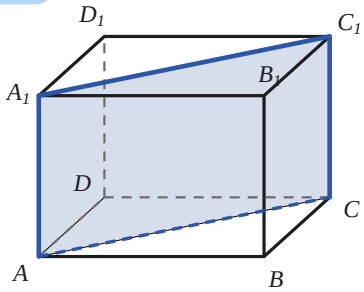
4.19 Призма и параллелепипед



Равнобедренный треугольник ABC_1

$S = 9\sqrt{7}$

4.20 Призма и параллелепипед



Прямоугольник ACC_1A_1

$P = 34$, $S = 60$