Производная: всё, что нужно для ЕГЭ

Производная $f'(x)$ показывает, **как быстро меняется функция** в данной точке. В заданиях ЕГЭ она встречается двумя способами: как геометрический смысл (касательная и её наклон) и как инструмент поиска наибольшего и наименьшего значений.

Геометрический смысл

Значение $f'(x_0)$ равно **угловому коэффициенту касательной** к графику в точке x_0. То есть это тангенс угла наклона касательной к оси X.

ЗАПОМНИ

Если касательная возрастает — производная положительна. Убывает — отрицательна. В точке максимума или минимума касательная горизонтальна, значит $f'(x)=0$.

Таблица производных

$(c)'$	0
$(x^n)'$	$n \cdot x^{n-1}$
$(\sqrt{x})'$	$1 / (2\sqrt{x})$
$(e^x)'$	e^x
$(\ln x)'$	$1 / x$
$(\sin x)'$	$\cos x$
$(\cos x)'$	$-\sin x$

Правила

$$(u + v)' = u' + v' \quad (u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v' \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \quad (f(kx+b))' = k \cdot f'(kx+b)$$

Как найти максимум или минимум

- Находим производную и приравниваем к нулю: $f'(x)=0$.
- Отмечаем корни на числовой прямой и определяем знаки производной.
- Где знак меняется с **плюса на минус** — это **максимум**. С **минуса на плюс** — **минимум**.

ПРИМЕР

Найдём точку минимума функции $f(x)=x^2-4x+7$.
$f'(x)=2x-4=0 \to x=2$. Слева от 2 производная отрицательна, справа положительна → знак меняется с «−» на «+», значит **x=2 — точка минимума**.