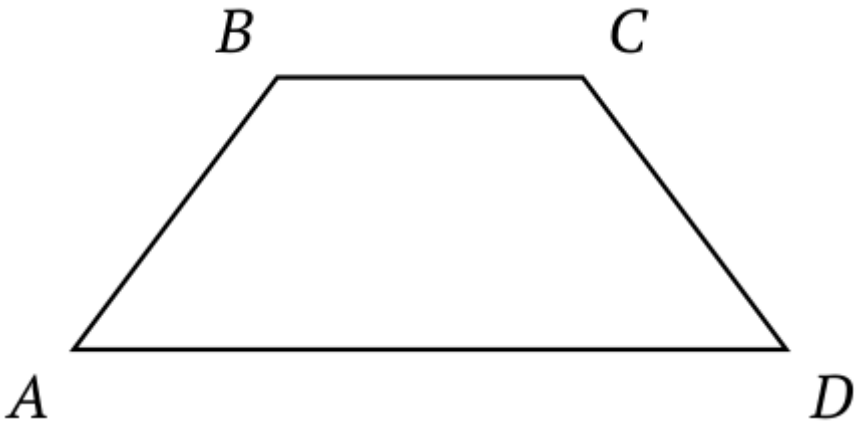
ЕГЭ 2027 · Математика, профильный уровень
Вариант 1 — Тренировочный вариант

Учебная адаптация к утверждённой структуре. Не официальная демоверсия.
19 заданий · 32 первичных балла · 235 минут

Часть 1 · 12 заданий с кратким ответом

Задание 1 · 1 балл

В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 21 и 9 соответственно, а боковая сторона равна 10. Найдите площадь трапеции.



Ответ: _____

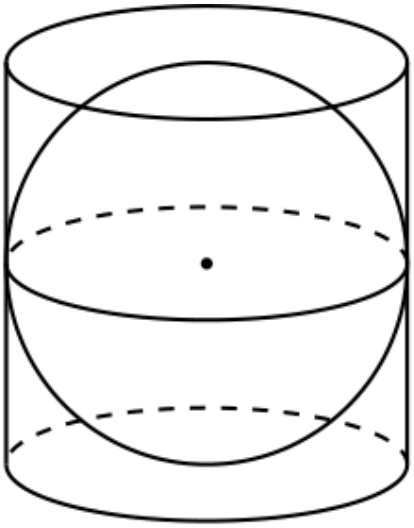
Задание 2 · 1 балл

Даны векторы $a\,(4;\,1)$ и $b\,(-2;\,6)$. Найдите длину вектора $2a + b$.

Ответ: _____

Задание 3 · 1 балл

В цилиндр вписан шар: шар касается обоих оснований цилиндра и его боковой поверхности. Площадь полной поверхности цилиндра равна 54. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____

Задание 4 · 1 балл

В коробке лежат 24 одинаковых на вид чайных пакетика: 9 пакетиков с зелёным чаем, 6 — с белым, остальные — с чёрным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с чёрным чаем.

Ответ: _____

Задание 5 · 1 балл

Камера на въезде в паркинг автоматически распознаёт номера автомобилей. Номер автомобиля оказывается чистым с вероятностью 0,85; чистый номер камера распознаёт с вероятностью 0,98. Загрязнённый номер камера распознаёт с вероятностью 0,6. Найдите вероятность того, что номер случайно выбранного въезжающего автомобиля будет распознан.

Ответ: _____

Задание 6 · 1 балл

Найдите корень уравнения $\log_3(2x+5) = \log_3(x-1) + 2$.

Ответ: _____

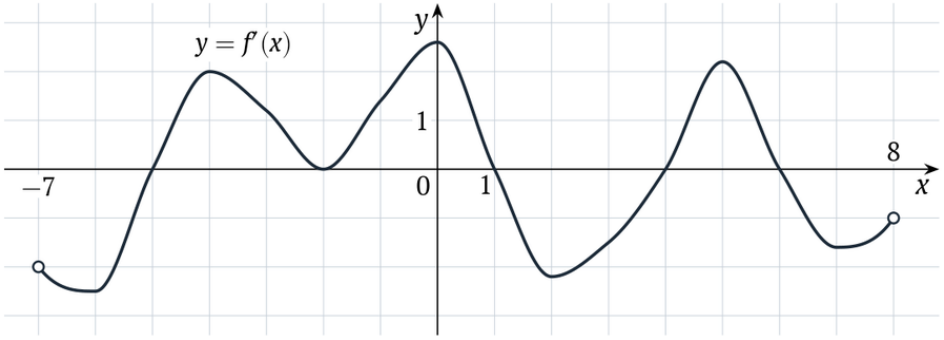
Задание 7 · 1 балл

Найдите значение выражения $\dfrac{\log_3 64}{\log_3 4} + 5^{\log_{25} 49}$.

Ответ: _____

Задание 8 · 1 балл

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7;\ 8)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6;\ 7]$.



Ответ: _____

Задание 9 · 1 балл

Масса радиоактивного изотопа в образце уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), t — время (в минутах), прошедшее от начального момента, T — период полураспада (в минутах). В начальный момент масса изотопа $m_0 = 160$ мг, период его полураспада $T = 12$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг?

Ответ: _____

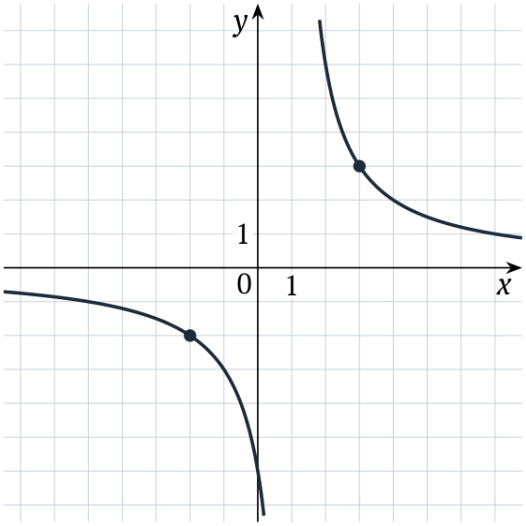
Задание 10 · 1 балл

Катер прошёл 36 км против течения реки и 22 км по течению, затратив на весь путь 3 часа. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

Задание 11 · 1 балл

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x + a}$. Найдите значение $f(-11)$.



Ответ: _____

Задание 12 · 1 балл

Найдите наименьшее значение функции y = x + 36/x + 85 на отрезке [3; 18].

Ответ: _____

Часть 2 · 7 заданий с развёрнутым ответом

Запишите полное обоснованное решение на отдельном листе.

Задание 13 · 2 балла

а) Решите уравнение $2\cos^2 x - 3\cos\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right) = 3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$.

Задание 14 · 3 балла

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все рёбра равны 6. Точка K — середина ребра SC. Плоскость α проходит через точки A и K параллельно прямой BD.
а) Докажите, что плоскость α делит ребро SB в отношении $2:1$, считая от вершины S.
б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью α.

Задание 15 · 2 балла

Решите неравенство

$$\frac{4^x - 3\cdot 2^{x+1} + 8}{\log_3(x+2)} \geqslant 0.$$

Задание 16 · 2 балла

В июле 2027 года планируется взять кредит в банке на пять лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
— к июлю 2032 года кредит должен быть полностью погашен.
Сколько рублей планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1 690 000 рублей?

Задание 17 · 3 балла

Точка H — точка пересечения высот остроугольного треугольника ABC.
а) Докажите, что радиусы окружностей, описанных около треугольников ABC и AHB, равны.
б) Найдите расстояние между центрами этих окружностей, если $AB = 12$ и $\angle ACB = 60^\circ$.

Задание 18 · 4 балла

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - 2x - 3| = x + a$$

имеет ровно два различных корня.

Задание 19 · 4 балла

На доске написано несколько (не менее трёх) различных натуральных чисел. Их среднее арифметическое равно 30. Если стереть с доски наибольшее из этих чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 27. Если же в исходном наборе стереть наименьшее из написанных чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 31.

а) Может ли наименьшее из написанных чисел быть равным 10?

б) Может ли наибольшее из написанных чисел быть равным 100?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?